

京都数学グランプリ 2012 1st ステージ

平成24年度

京都数学コンテスト

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページにあります。
- 2 解答用紙は、全部で 5 枚あります。
- 3 コンテスト番号と氏名をすべての解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、問題番号に対応した解答用紙に記入してください。なお、問題番号 $\boxed{1}$ については答えのみを、問題番号 $\boxed{2}$ ~ $\boxed{5}$ については答えのみでなく、考え方等も記入してください。
- 5 解答時間は 3 時間です。なお、トイレ等に行く場合は監督の指示に従ってください。

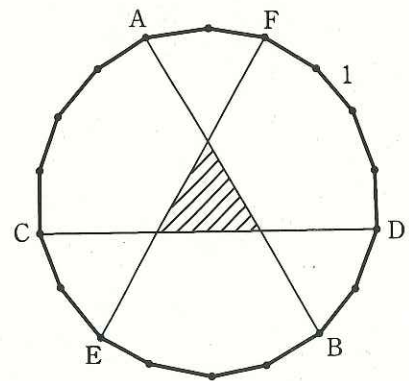
1 次の各問いに答えなさい。

- (1) 下の 3×3 のマスに整数を1つずつ入れて、縦、横、斜めに並んだ3つの整数の和がどこも等しくなるようにするとき、 x の値を求めなさい。

24		7
15	x	

- (2) 2012^{2012} を 24^2 で割ったときの余りを求めなさい。

- (3) 右の図のように、1辺の長さが1の正十八角形に対角線 AB 、 CD 、 EF を引く。このとき、図の斜線部の三角形の面積を求めなさい。



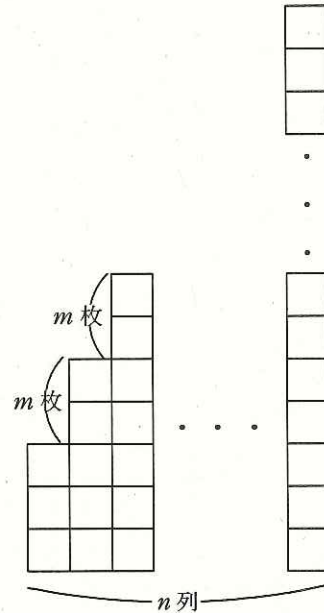
- (4) 互いに異なる色のカードが24枚ある。この24枚のカードから奇数枚のカードを取り出す方法は何通りあるか求めなさい。

2 n, m を整数, $n \geq 2, m \geq 1$ とする。

同じ大きさの正方形のタイルを図のように n 列並べて, 左右に隣接している2つの列について, 右の列は左の列より常に m 枚だけ多くなるようにしたところ, 使ったタイルの枚数は 2012 枚であった。

このとき考えられる (n, m) の組は何通りあるか求めなさい。

ただし, 1つの列には1枚以上のタイルを並べるものとする。



この図は例として左から1列目のタイルの枚数が3枚である場合を示しています。

【裏へ続く】

③ 1から6までの目が書かれた1つのさいころを使った以下のようなゲームを考える。

5以下の自然数を1つ選び、さいころを振る。出た目が選んだ数より大きければ、選んだ数が得点に加算される。出た目が選んだ数以下であれば得点は加算されない。

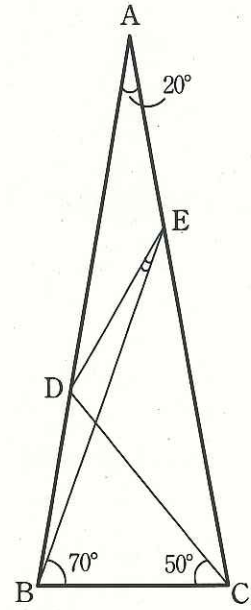
このゲームを3回行う。開始時の得点は0点である。最終的な得点が5点以上となる確率が最も大きくなるようにするためには、1回目にどの数を選べばよいか。またそのときに得点が5点以上となる確率を求めなさい。

ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし、また、各回で選ぶ数はそれまでの結果を見てから選ぶことができるものとする。

【 余 白 】

【裏へ続<】

- 4 $AB = AC$, $\angle BAC = 20^\circ$ である二等辺三角形 ABC の辺 AB 上に $\angle BCD = 50^\circ$ となる点 D , 辺 AC 上に $\angle CBE = 70^\circ$ となる点 E をとる。
このとき, $\angle BED$ の大きさを求めなさい。



5 1辺の長さが7の正四面体がある平面で切り、2つの立体に分ける。このとき、切り口は長方形で、その対角線の長さが5となった。次の問いに答えなさい。

(1) 切り口の面積を求めなさい。

(2) 2つに分けた立体の体積のうち、小さい方の体積を求めなさい。

【終わり】