

## 1. 【2003年 広中杯ファイナル問題1】

0～9までの数字が書かれたカードがそれぞれたくさんと、足し算の記号(+)が書かれたカードがたくさんある。

$1+2+3+\dots+100$  をカードを用いて表したとき、以下の問いに答えよ。

(1) カードは合計何枚並べられているか。

(2) 足し算の記号(+)のカードを1枚抜いて、空いたスペースを詰めて計算すると、和は10000になった。どの+の記号を抜いたのか答えよ。

たとえば、

$$1+2+3+\dots+28+2930+31+\dots+100$$

のようにカードを抜いたときは、「29と30の間のカード」というように答えよ。

2. 【2004年 日本数学オリンピック予選】

机の上にあるすべての硬貨を同時に投げ、裏が出た硬貨だけをみな机の上から取り除くという操作を考える。

机の上に3枚の硬貨がある状態から初めて、硬貨がすべて取り除かれるまで、この操作を繰り返す。操作が4回以上行われる確率を求めよ。硬貨の表裏の出方は同様に確からしいものとする。

3. 右の図のように $3 \times 3$ のマス目の中にそれぞれ1つずつ電灯が置かれている。それぞれの電灯にはスイッチがあり、それを押すことでON/OFFを切り替えられるが、何かの故障でそのときに上下左右の隣り合った電灯のON/OFFも切り替わってしまうようになってしまった。

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦	⑧	⑨

例えば、⑤の電灯のスイッチを押すと②, ④, ⑤, ⑥, ⑧のON/OFFが切り替わり、③の電灯のスイッチを押すと②, ③, ⑥のON/OFFが切り替わる。

さて、①~⑨の電灯のON/OFFが最初どのような状態であっても、スイッチを押していくことで全ての電灯がOFFである状態にできることを示せ。

4. ある小学校の卒業生8人が集まり、8人で同窓会を行なった。8人は久しぶりの再会で、お互いに握手を交わそうとしたが、時間の関係で握手を交わさなかった人の組がいくつかあった。そして、調べた結果、どの4人を選んでもその中には握手を交わさなかった人の組が含まれること、また、どの3人を選んでもその中には握手を交わした人の組が含まれることがわかった。

このとき、握手を交わしていなかった人の組の数としてありうる値をすべて求めよ。