

京都数学グランプリ 2010 1st ステージ

平成22年度

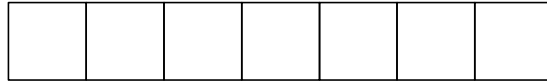
京都数学コンテスト

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページにあります。
- 2 解答用紙は、全部で 5 枚あります。
- 3 コンテスト番号と氏名をすべての解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、問題番号に対応した解答用紙にすべて記入してください。
- 5 解答時間は 3 時間です。なお、トイレ等に行く場合は監督の指示に従ってください。

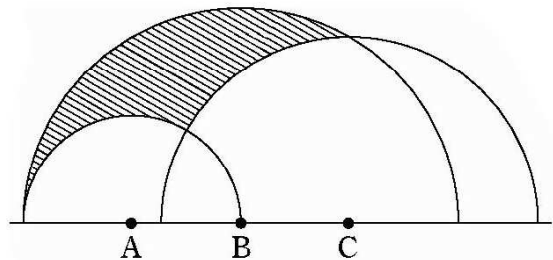
※ ①については、解答用紙の枠内に答えのみ記入しなさい。

- ① (1) 下の図のような7個の枠の中にそれぞれAかBを1つずつ並べる。Aは連続して並べてよいが、Bは連続して並べることができないとき、並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。



- (2) 下の図のように、同一直線上に $AB=BC=1$ を満たす3点A, B, Cをとり、Aを中心とする半径1の半円、Bを中心とする半径2の半円、Cを中心とする半径 $\sqrt{3}$ の半円をそれぞれ描く。

このとき、3つの半円で囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。



- (3) 1から201までの自然数で、どのような素数の2乗でも割り切れない自然数の個数を求めなさい。

※ ②～⑤については,解答用紙に答えのみでなく,考え方等も記入しなさい。

- ② 正七角形 $ABCDEFG$ を互いに交わらない対角線によって,三角形に分割する。その分割によって得られた三角形はもとの正七角形と少なくとも1辺を共有するものとする。
このように分割する方法は全部で何通りあるか求めなさい。

【裏へ続く】

③ 次の数は3で最大何回割り切れるか求めなさい。

【例：360ならば、 $360=2^3 \times 3^2 \times 5$ なので、360は2で最大3回、3で最大2回、5で最大1回割り切れる。】

(1) $4^9 - 1$

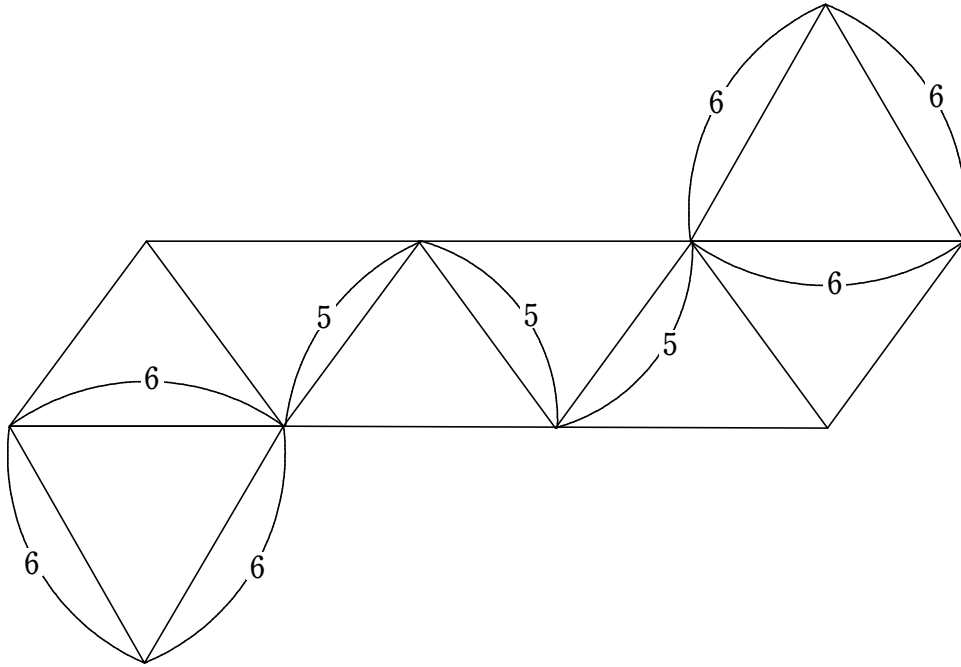
(2) $4^{2010} - 1$

【 余 白 】

【裏へ続く】

- 4 下の図は、1辺の長さが6である2つの正三角形と辺の長さがそれぞれ6,5,5である合同な6つの二等辺三角形で囲まれてできる立体の展開図である。

この展開図を組み立ててできる立体の見取り図をかき、その体積を求めなさい。



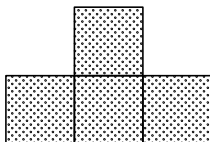
- 5 下の図のような1辺が1 cmの正方形4個でできている図形がある。この図形を何個か使い、次の条件に従って n cm \times n cm の正方形を敷き詰める。

条件1：下の図の図形同士が、重なり合ってはいけない。

条件2：下の図の図形が、敷き詰める正方形からはみ出してはいけない。

このようにして、敷き詰めることができるための n の条件を求めなさい。

図



【終わり】