

第3回 数学オリンピック道場

1. JMO 2001 予選[9]

$\angle ABC = 2\angle ACB$ となる三角形 ABC において、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。 $AB = CD$ のとき、 $\angle BAC$ は何度 ($^\circ$) か。ただし、線分 XY の長さを XY で表す。

2. JMO 2006 予選[9]

$BC=5$, $CA=7$, $AB=8$ である三角形 ABC の内部に点 O をとる。三角形 OBC の外接円、三角形 OCA の外接円、三角形 OAB の外接円の半径がすべて等しいとき、その等しい半径を求めよ。

3. JMO 1991 予選[5]

8個の点 (x, y, z) (x, y, z は0または6) を頂点とする立方体の中に点 $P(e, \pi, \sqrt{5})$ をとる。立方体の各面に関する P の対称点 (6個) を頂点とする多面体と元の立方体との共通部分の体積を求めよ。

4. オリンピアン vol.8 より

円周上に20個の互いに異なる点がある。次の条件 (i) 及び (ii) を満たすように各頂点間を辺で結ぶとき、辺の本数の最大値を求めよ。

(i) 各頂点から出ている辺の数は4の倍数

(ii) 頂点間を結ぶ辺により、三角形ができてはならない