

京都数学グランプリ 2013 1st ステージ

平成25年度

京都数学コンテスト

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページにあります。
- 2 解答用紙は、全部で 5 枚あります。
- 3 コンテスト番号と氏名をすべての解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、問題番号に対応した解答用紙に記入してください。なお、問題番号 **①** については答えのみを、問題番号 **②** ~ **⑤** については答えのみでなく考え方等も記入してください。
- 5 解答時間は 3 時間です。なお、トイレ等に行く場合は監督の指示に従ってください。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) a を素数とする。 $\sqrt{25a^2+1425a}$ が整数となるような a の値をすべて求めなさい。

(2) $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ において、2本の対角線 AC , BD が直交している。対角線 BD の長さが15であり、辺 BC を底辺と考えたときの台形の高さが12であるとき、この台形の面積を求めなさい。

(3) 互いに区別できる12個のボールを、互いに区別できない3つの箱に入れる場合、その入れ方は全部で何通りあるか答えなさい。ただし、1個のボールも入らない箱があってもよいものとする。

(4) A , B , C の3人の生徒がじゃんけんを1回した。その結果を先生がたずねたところ、生徒はそれぞれ次のような発言をした。

A : 「グーを出した人は発言が正しいよ」

B : 「僕がグーを出さなかったら、あいこになったよ」

C : 「私はチョキか、パーを出したよ」

また、発言が正しい生徒は勝ち、逆に勝者の発言は正しかった。

A , B , C が出した手はそれぞれ何であったかを答えなさい。

【 余 白 】

【裏へ続く】

- ② 1辺の長さが1の正方形の内部（辺を含む）から、1辺の長さが a の正三角形がはみ出さないようにする。このとき、 a の最大値を求めなさい。（それが最大であることの説明もしなさい。）

- ③ 1 から 2013 までの番号が 1 つずつ書かれた 2013 枚のカードを、以下の条件 (a) を満たすように横 1 列に並べる。このとき、考えられる並べ方は全部で何通りか答えなさい。

条件(a): どのカードに注目しても、そのカードより左にある「そのカードより番号の小さいカード」が 25 枚より少ない。

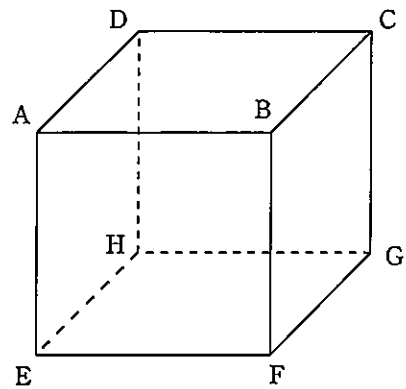
【裏へ続く】

- 4 各桁に1から5までの数字だけを用いてできる7桁の自然数のうち、 5^7 の倍数であるものをすべて求めなさい。

- 5 右の図のような、1辺の長さが1の立方体がある。辺AB, ADの中点をそれぞれM, Nとし、この立方体を、3点M, N, Fを通る平面で切断する。

さらに、辺BC, AEの中点をそれぞれP, Qとし、3点M, P, Qを通る平面で切断する。

この2回の切断で得られる立体のうち、点Aを含む立体の体積を求めなさい。



【終わり】