

洛北算額 今月の問題 2019.6

$$x = 2 + \frac{1}{8 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}, \quad y = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\ddots}}}}}$$

のように、数を分数の入れ子で書くことを考えます。（これを「連分数展開」といいます。

(1) x の値は $\frac{201}{95}$ であることを、計算して確かめなさい。

(2) $\frac{2019}{5}$ を連分数展開しなさい。つまり、上のように分子が1の連分数で表しなさい。

(3) $y = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\ddots}}}}} = 1 + \frac{1}{1 + 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\ddots}}}}} = 1 + \frac{1}{1 + y}$ なので、

$y = \sqrt{2}$ です。これを $\sqrt{2}$ の連分数展開といいます。

$\sqrt{3}$ を連分数展開してください。

(4) 【チャレンジ問題】

無理数を連分数展開したとき、その展開は無限に続くことを証明してください。

また、有理数を連分数展開したとき、展開は有限の長さで終わることを証明してください。

解答は t-fujioka-15@kyoto-be.ne.jp (藤岡)まで送ってください。

洛北高校、附属中学校の人は直接職員室まで。

途中の考え方を書いてくれると、コメント等をお返しできます。