

令和6年度洛北数学探究チャレンジ 実施報告

1. 概要
2. 問題と解説
3. 生徒のレポート
4. 今後の課題
5. 総括

洛北数学探究チャレンジ実行委員会

1. 概要

以下の通り実施した。

ア 事業名	洛北数学探究チャレンジ		
イ 事業の概要	単純ではあるが拡張性の高い問題を与え、課題を設定させ、数理モデルを作成させる。数学の知識と深い理解、柔軟な発想を経て、探究という観点を通して課題解決し、優れた成果を導き出したチームを表彰するもの。		
ウ 実施年月日	令和6年12月15日(日)		
エ 実施場所	京都府立洛北高等学校		
オ 主催	洛北数学探究チャレンジ実行委員会 京都府立洛北高等学校・附属中学校		
後援	京都府教育委員会 京都府高等学校数学研究会、京都府立高等学校数学研究会		
カ 参加人数	54名 18チーム(1チーム2名から4名) 高等学校 5校 30名 8チーム (府立3チーム、私立4チーム、国立1チーム) 中学校 4校 24名 10チーム(府立6チーム、府内公立4チーム)		
キ 当日の日程	模擬授業、出題	9:00~9:30	
	グループディスカッション・交流	9:30~11:30	
	解説・表彰	11:30~12:00	
ク 結果	最優秀賞	大宅中学校所属チーム	
	優秀賞	洛北高等学校所属チーム 山城高等学校所属チーム	

2. 問題と解説

以下の問題を出題した。

問： テイトの飛び石と呼ばれるパズルのルールを変え、

そのルールの下で解けるのか、最小手数は何手か、規則性はあるかを探究しなさい。

テイトの飛び石は白黒2色の碁石が交互に n 個ずつ並んでいる状態から、隣り合う2つの碁石を移動させることにより、白 n 個、黒 n 個が並んでいる状態へ並べ替えるパズルである。

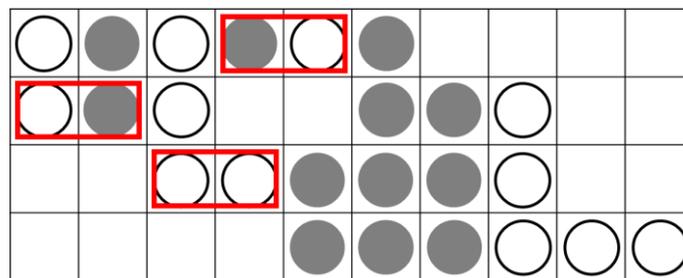


図1： $n=3$ の場合のテイトの飛び石

1 段目が初期配置で 4 段目が解けた状態

2 段目と 3 段目は解く過程の石の配置

出題の講義の中で $n=3,4,5,6,7$ の場合のテイトの飛び石が解けること、解くための手数は n 手であることや偶奇による違いを知らせた上で、班での探究活動に移った。

2色 n 組のテイトの飛び石は数学的帰納法により、 n が 3 以上の自然数のときは n 手で解けることが証明できる。また、1 手で同時に動かす石の数を 2 から 3 へ増やした場合は n が 6 以上の偶数の場合は $n+1$ 手、奇数の場合は n 手で解けることが確かめられる。

色を増やした場合は並び替えた後の色の並びを指定するかどうかでも手数が変わる。

偶奇による場合分けや n が小さいときは一般化に含むことができないなど、ルール変更により考察が難しくなるため、当日の運営は実際に手を動かしパズルを解くための時間を多くとるように時間設定した。

3. 生徒のレポート

レポートのテーマを以下に示す。

1	石の動かし方の分析
2	左端の石は動かさず、3つ同時に移動させる場合
3	3色 n 組の場合の手数
4	n 組は n 手で解けることの証明
5	3つ同時に移動させる場合の石の並び方
6	初期状態と最終状態の石の並び方の分析
7	動かし方の規則 + 3つ同時に移動させる場合
8	石の数を n 個と $n+1$ 個にした場合
9	左端の石は動かさず、3つ同時に移動させる場合
10	石の種類や数を増やしても解けることの証明
11	解く過程で動かさない石の数の考察
12	2段に増やした場合の解き方の考察
13	n 手目に n 個の石を動かす場合
14	違う色に囲まれたときに色が変わる場合 + 3つ同時に動かす場合
15	最初の石の並べ方を変更した場合
16	隣り合う石の入替によって解ける手数 + 3つ同時に移動させる場合
17	石の動かし方の考察
18	初期配置を正方形にした場合の考察

石の種類や同時に移動する石の数を2から3に増やした場合を考察する班が多かった。偶奇による場合分けや講義の中で解いたパズルの動かし方の分析をする班もあった。

その中で、最優秀とした班は石の初期配置を2段に増やした場合の解き方や最小手数の考察をし、その検証に至っている。また、優秀賞の班はパズルを解くための石の動かし方を一般化したものや、石の種類をどんなに増やしても解けることを証明しているものなど、よく考察されていた。

4. 今後の課題

今回は探究活動が非常に盛り上がり、レポートを書く時間が足りないグループが多かった。昨年度の反省から発表時間を多く設けていたが、その分レポート作成のための時間が不足し、結果的に発表時間を削ることとなった。事後のアンケートではレポートを書いたり、他班と交流したりする時間がもっと欲しいという意見もあった。イベントが盛況だったことの裏返しではあるが、発表・交流はこのイベントの重要な立ち位置を担うため、スケジュールを調整する必要があるかもしれない。

5. 総括

第5回と同様、多くの中高生が参加し、大きな成果を出したと考える。

参加者に行ったアンケートでは、イベントの内容と他の班の発表に関して興味を持てたという声が多かった。
(53名回収、1名未提出)

	A:非常によくあてはまる	B:あてはまる	C:あまりあてはまらない	D:まったくあてはまらない
内容がよく理解できた	34 (64.2%)	17 (32.1%)	2 (3.8%)	0
内容に興味を持てた	48 (90.6%)	5 (9.5%)	0	0
主体性が高まった	42 (79.3%)	11 (20.8%)	0	0
他の班の発表は刺激になった	37 (69.9%)	16 (30.2%)	0	0
数学の探究活動に取り組む気持ちが増した	43 (81.2%)	9 (17.0%)	1 (1.9%)	0
この企画に満足できた	45 (85.0%)	7 (13.3%)	0	1 (1.9%)

生徒アンケートではほかにも、他班が考えたルールのパズルを遊んでみたいなど、さらに発表や交流の機会を作ってほしいという要望があったほか、単純なルールから規則性を見つけるのが楽しかったという声も同じく多かった。テーマに関して好意的なコメントも多く、次回に向けた財産となった。