

令和5年度洛北数学探究チャレンジ 実施報告

1. 概要
2. 問題と解説
3. 生徒のレポート
4. 総括

洛北数学探究チャレンジ実行委員会

1. 概要

以下の通り実施した。

ア	事業名	洛北数学探究チャレンジ
イ	事業の概要	単純ではあるが拡張性の高い問題を与え、課題を設定させ、数理モデルを作成させる。数学の知識と深い理解、柔軟な発想を経て、探究という観点を通して課題解決し、優れた成果を導き出したチームを表彰するもの。
ウ	実施年月日	令和5年12月17日（日）
エ	実施場所	京都府立洛北高等学校
オ	主催	洛北数学探究チャレンジ実行委員会 京都府立洛北高等学校・附属中学校
	後援	京都府教育委員会 京都府高等学校数学研究会、京都府立高等学校数学研究会
カ	参加人数	60名 19チーム（1チーム2名から4名） 高等学校 12チーム（本校5チーム、他校7チーム） 中学校 7チーム（本校附属中5チーム、他校2チーム）
キ	当日の日程	模擬授業、出題 9：00～9：30 グループディスカッション・交流 9：30～11：30 解説・講評 11：30～12：00
ク	結果	最優秀賞 京都先端科学大学附属高等学校出場グループ（2名） 優秀賞 京都府立洛北高等学校出場グループ（3名） 京都府立洛北高等学校附属中学校出場グループ（3名）

2. 問題と解説

以下の問題を出題した。

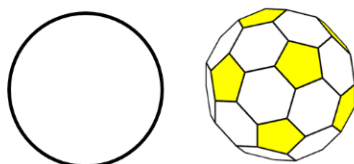
問： π に近い有理数を探す、球に近い多面体を探すなどの、

「A に近い B を探す」というテーマで探究活動をしなさい。

近似をテーマとした出題である。探究を始める前の事前講義では、有限小数による π の近似や多面体による球の近似について解説し、様々なものの近似について解説をした。

多面体による球の近似

有限小数による無理数の近似



$$\begin{aligned}\sqrt{2} &= 1.4142 \\ \pi &= 3.1415\end{aligned}$$

図1 近似の例

近似には距離が必要であり、たとえば実数 $x, y \in \mathbb{R}$ の距離は、通常は $d(x, y) = |x - y|$ で与えられる。

対して平面上の点 $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$ の距離は

$$d_1(x, y) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \quad (l^1 \text{距離})$$

$$d_2(x, y) = (|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2)^{1/2} \quad (l^2 \text{距離})$$

など様々で、どの距離を採用するかによって異なる結論が得られることがある。たとえば2点 $(10, 2)$ と $(8, 6)$ について、原点 $(0, 0)$ に近いのは l^1 距離を採用した場合は $(10, 2)$ 、 l^2 距離を採用した場合は $(8, 6)$ である。

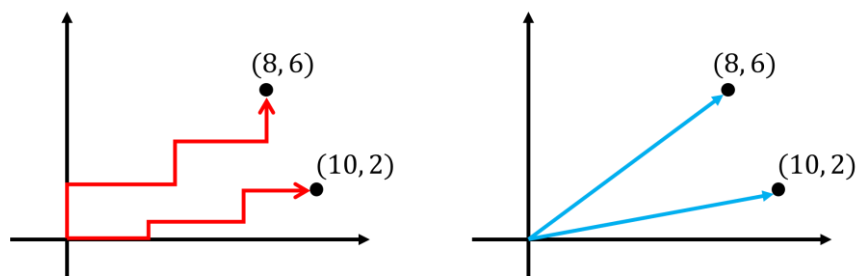


図2 l^1 距離 (左) と l^2 距離 (右)

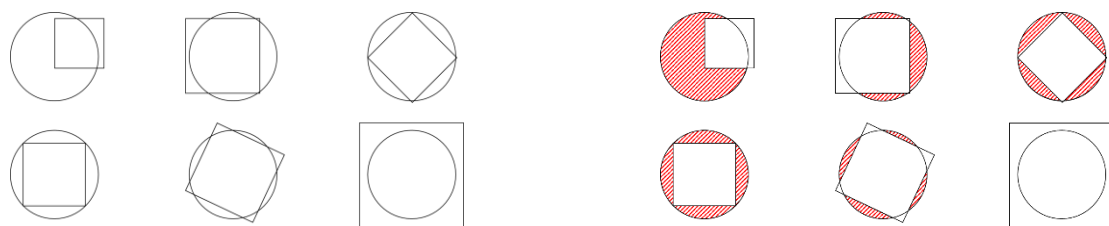


図3 半径1の円に最も近い正方形を探す例

今回の出題は「Aに近いBを探す」で、生徒にはいくつかのヒントを与えた。図3はそのヒントに記載した例で、「半径1の円に近い正方形を探す」というテーマで研究するとき、距離は何を採用すべきか？を考えさせる図である。

円と正方形の距離を、図3（右）のように「距離＝斜線部の面積」として定義すると（これは現代数学での距離の定義を満たさないが）、図3の6つの正方形のうち最も円に近いのは右下の正方形となり、直感に反する。

つまり「近い」ものを探すためには「どんな距離を採用するか」が非常に重要であり、参加した生徒にはこれを重点的に考えるよう指示した。

3. 生徒のレポート

レポートのタイトルを以下に示す。

1	楕円に近い六角形を探す
2	漢字の面積に近い運命の人を探す
3	黄金比に近いおうぎ形を探す／円周率に近い有理数を探す
4	円に近い正多角形を探す
5	円に近い正多面体から円周率に近い値を探す
6	球に近い正多面体を探す
7	$\sqrt{x}$ の値に近い一般項を探す
8	$\sqrt{2}$ に近い分数の2乗を探す
9	黄金比に近い図形を探す
10	2の3乗根に近い有理数を探す
11	$\tan 7.5^\circ$, $\cos 7.5^\circ$, $\sin 7.5^\circ$ に近い有理数を探す
12	$n!$ に近い m^2 を探す
13	正五角形に近い三角形を探す
14	正 n 角形に近い内接する $(n-1)$ 角形を探す
15	π に近い5桁以下の分数を探す
16	対数関数に近い関数を探す
17	直角三角形における九点円に近い内接円を探す
18	円周率 π に近い面積を探す
19	楕円の面積に近い多角形を探す

各自、図形や数、あるいは関数などについて様々なアプローチから考察を行っており、バリエーションに富んだ研究が行われた。

入賞したレポートは「正 n 角形に近い内接する $(n-1)$ 角形を探す」「 $\tan 7.5^\circ$, $\cos 7.5^\circ$, $\sin 7.5^\circ$ に近い有理数を探す」「楕円の面積に近い多角形を探す」の3つで、これらはテーマのオリジナリティのほかにレポートの書き方やまとめかたも他のグループより優れていた。

4. 今後の課題

今回は探究活動が非常にもりあがり、レポートを書く時間が足りないグループが多かった。またスケジュールの都合で発表をする時間をあまり設けることができなかった。事後のアンケートではレポートや発表の時間を多くしてほしいという声が多数みられた。イベントが盛況だったことの裏返しではあるが、発表・交流はこのイベントの重要な立ち位置を担うため、スケジュールを調整する必要があるかもしれない。

5. 総括

第4回と同様、多くの中高生が参加し、大きな成果を出したと考える。

参加者に行ったアンケートでは、イベントの内容と他の班の発表に関して興味を持てたという声が多かった。

	A: 非常によくあてはまる	B: あてはまる	C: あまりあてはまらない	D: まったくあてはまらない
内容がよく理解できた	36 (62.1%)	20 (34.5%)	2 (3.4%)	0
内容に興味を持てた	47 (81.0%)	10 (17.2%)	1 (1.7%)	0
主体性が高まった	45 (77.6%)	11 (19.0%)	2 (3.4%)	0
他の班の発表は刺激になった	41 (70.7%)	15 (25.9%)	1 (1.7%)	1 (1.7%)
数学の探究活動に取り組む気持ちが増した	46 (79.3%)	11 (19.0%)	1 (1.7%)	0
この企画に満足できた	44 (75.9%)	9 (15.5%)	4 (6.9%)	1 (1.7%)

生徒アンケートではほかにも、前節で述べたように発表や交流の時間を長くしてほしいという要望があったが、交流によってさまざまな知見を得ることができた、近似というテーマが面白かったという声も同じく多かった。特にテーマに関して好意的なコメントが過去の回と比べても多く、次回に向けた財産となった。