

令和5年度

京都・大阪マス・インターセクション

注 意 事 項

1. 問題は1ページから6ページまであります。
2. 解答用紙は必要に応じて使用してください。
3. 個人で考えた解答を募集します。1問ごとの提出とし、複数の問題に応募することが可能です。詳しい提出方法は、京都府教育委員会高校教育課のホームページをご覧ください。
4. 提出された解答の中から優秀な解答を選考し、優秀者を表彰します。また、解法のアイデアを評価する「アイデア賞」もあります。
5. 解答について
 - (1) 送られてきた解答は、解説会で紹介させていただく場合があります。
 - (2) 考え方と解答を7ページの解答用紙を使用し、1問につき1枚以上で記入してください。解答が2枚以上になるときや複数の問題に応募するときは、解答用紙を必要枚数印刷してください。
 - (3) 必ず考え方を書いてください。特に、正解までたどり着かないものや間違えているものでも、アイデア賞の選考対象とします。
 - (4) 引用・参考にしたものがあれば、その出典を明記してください。

1

この問題はリスニング問題である。次のリンクから音声聞いて、問題に答えよ。
必要なら以下の資料を参考にせよ。



リンク：https://youtu.be/S6AIIE_w1-U

資料

「点」が持つ複数の意味

(a) 小数点

3.14

(b) 循環節を表す上付き点

$$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

(c) 掛け算のドット

$$2 \cdot 3 = 6$$

ルール 1 の例

2023

ルール 2 の例

$$\frac{999}{700} = 1.42\dot{7}1428\dot{5}$$

$$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$$

機械が計算式を「1・2・3」と読み上げたときの解釈のしかた

$$1 \times 2 \times 3$$

(a)

$$1 \times 2.3$$

(b)

$$1.2 \times 3$$

(c)

※ 音声の台本が必要な場合は、下のアドレスにご連絡ください。
e-mail math-fes@kyoto-be.ne.jp

2

日本で販売されている一般的な板チョコは大きな長方形をしており、長方形の各辺に平行な縦横の溝が入っている。例えば、この一般的な板チョコでは縦方向に 4 本、横方向に 2 本の溝が入っており、これらすべての溝に沿って板チョコ全体を切断することで、横 5 列、縦 3 行に並んだ小さな正方形でない長方形のかげら 15 個に分割することができる。

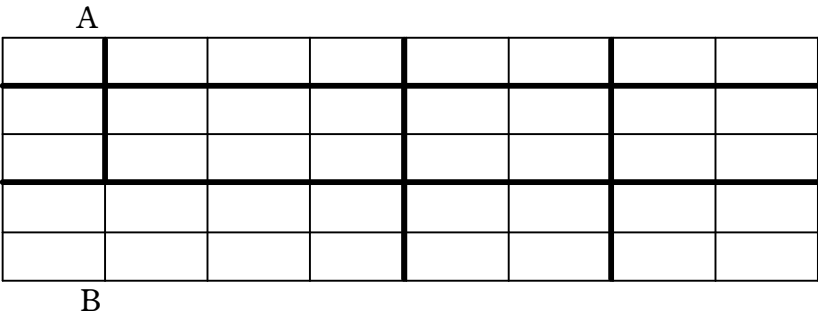
ここでは、縦方向に 7 本、横方向に 4 本の溝が入った板チョコを考える。溝は各方向に等間隔に引かれているため、これらの小さなかけらはすべて合同な正方形でない長方形であり、1 つあたりの重さは 3 g とする。この板チョコを以下の規則に従って切断するとき、切断後に重さ 12 g のかけらがちょうど n 個できるような切断方法の場合の数を $f(n)$ で表す。

このとき、 $n = 0, 1, 2, \dots, 10$ の各場合における $f(n)$ の値をそれぞれ求めよ。ただし、切断する溝の位置や順序が異なっても、切断後にできたかけら全体の組合せが同じ切断方法は区別しない。

規則

- (1) 溝に沿って切断する。また、1 回以上切断する。
- (2) 1 回の切断では板チョコ全体を端から端まで切断する。

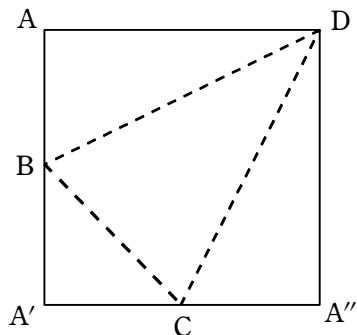
例えば、太線で切断を表すとき、以下のような切断方法は、溝 AB に沿って板チョコ全体を端から端まで切断しておらず、規則 (2) に反する。



3

4つの面がすべて三角形からなる立体を四面体という。四面体のある頂点につながる3本の辺で切って開いた展開図，すなわち，四面体 $A-BCD$ を頂点 A につながる辺 AB ，辺 AC ，辺 AD で切って開いた展開図を考える。

これは一般に六角形となるが，図のように六角形とならないこともある。以下の問いに答えよ。

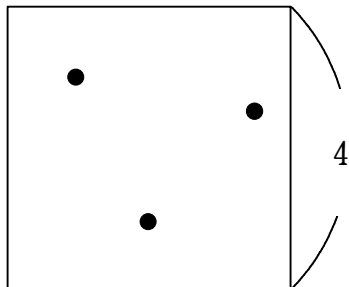


- (1) 四面体の展開図が三角形となる四面体はどのような四面体か。また，そのときの四面体の面と展開図の三角形にはどのような関係があるか。
- (2) 四面体の展開図が四角形となる条件について自由に考察せよ。
- (3) 四面体の展開図が六角形となる条件について自由に考察せよ。

4

新型コロナウイルス感染症拡大防止策として人と人との間を 2m 以上保つ「ソーシャルディスタンス」が話題になった。そこで、距離を保ってカラオケを楽しむことができる人数を考える。

カラオケボックスを 1 辺が 4 の正方形の周および内部で表し、人を点で表す。どの人と人との間も常に 2 以上離れたままカラオケボックスを動くとき、次の問いに答えよ。

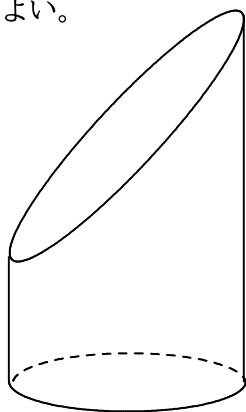


- (1) カラオケボックスに入ることができる最大人数は 9 人であることを示せ。
- (2) 次の条件を満たすようにカラオケボックスに入ることができる最大人数を求めよ。

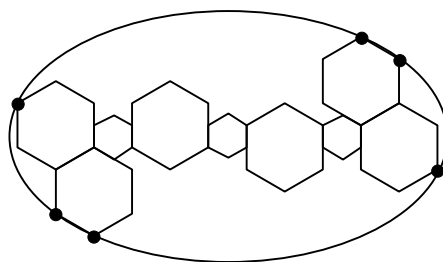
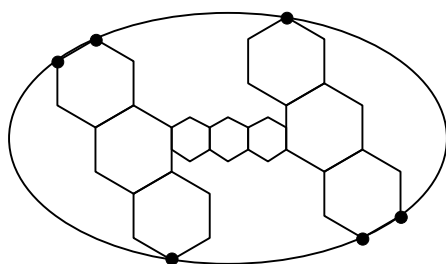
(条件) 人と人との間の距離を 2 以上に保ったままカラオケボックスにいる人を移動させることで、カラオケボックス内のいかなる場所にも移動することができる。

5

円柱を斜めに切断したときの断面は「楕円」という図形になることが知られている。必要ならば以下の問いにこの事実を証明無しに用いてよい。



1 辺の長さが 1 の正六角形と 1 辺の長さが 2 の正六角形を以下のように互いの辺を共有するように並べ、2 つの図形を作った。なお、大きさの異なる正六角形同士はそれぞれの頂点が共有しているとする。それぞれの図に楕円を以下の 6 つの点を通して描いたとき、2 つの楕円は合同であることを示せ。



6

n を自然数とする。 n を 10 進法で表したときの桁数が、 n の正の約数の個数に等しいとき、 n を「良い数」とよぶことにする。

- (1) 5 桁の良い数はいくつあるか。
- (2) k 桁の良い数が存在しないような自然数 k が無限に存在することを証明せよ。
- (3) 良い数は無限に存在することを証明せよ。必要ならば、以下の事実（ベルトラン・チェビシェフの定理）を用いてよい。
- (4) その他、良い数について成り立つ性質を自由に調べよ。

ベルトラン・チェビシェフの定理

任意の 2 以上の整数 N に対して、 $N < p < 2N$ を満たす素数 p が存在する。

令和5年度京都・大阪マス・インターセクション解答用紙

お名前		フリガナ			
学校名		学年		ペンネーム	

問題番号（ ） 考え方と解答を1問につき1枚以上で記入してください。

--