

洛北算額 今月の問題 2019.5

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ のように分子が1である分数をエジプト分数または単位分数とい
い、古代エジプトではエジプト分数のみを用いて数を表していました(※)。

例えば $\frac{2}{5}$ は $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ のように、また $\frac{3}{5}$ は $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ のように表します。
ここで、 $\frac{2}{5}$ を $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ のように同じ分数を2つ以上使うことはありません。

(1) $\frac{5}{2019}$ を、エジプト分数の和のみで表してください。

同じ分数を2つ以上用いてはいけません。

(2) 2は整数ですが、これもエジプト分数の和で

$$2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{42} + \frac{1}{72}$$

のように表せます。

3, 4, 5を同じ分数を2つ以上用いずに表してください。

(3) 【チャレンジ問題】

すべての有理数は異なるエジプト分数の和で表せることを示しなさい。

※実際には $\frac{2}{3}$ も特別な数として用いていました。

解答は t-fujioka-15@kyoto-be.ne.jp (藤岡)まで送ってください。

洛北高校、附属中学校の人は直接職員室まで。

途中の考え方を書いてくれると、コメント等をお返しできます。