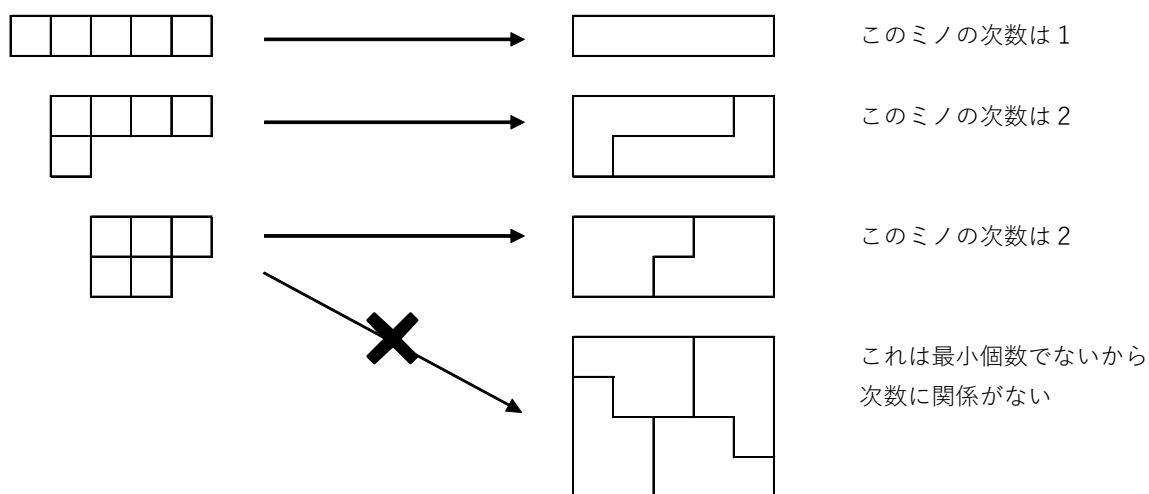


先月の解答・解説

正方形を5つ繋げた図形「ペントミノ」をさらに繋げて、長方形を作することを考えます。

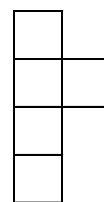


長方形を作るときの最小個数を、そのミノの次数と呼ぶことにします。

(また、長方形が作れないときは次数を0とすることに約束します)

(1) 右のペントミノを何個か使うことで長方形を作ることができます。

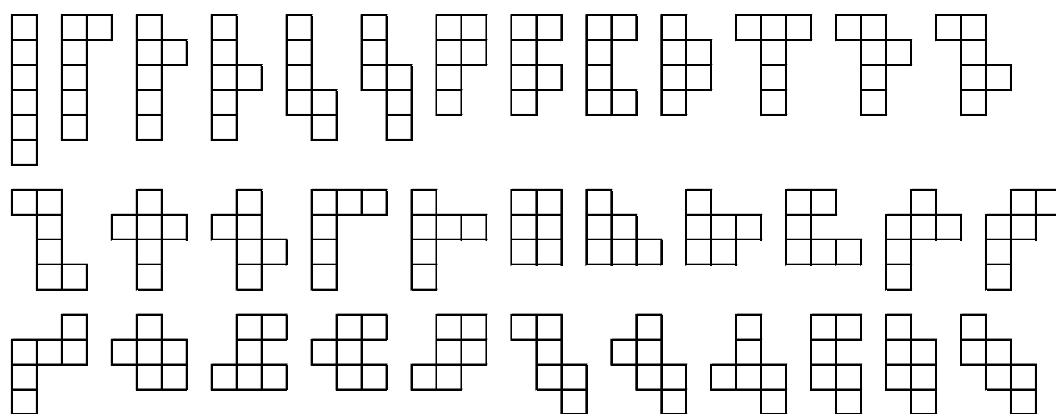
このペントミノの次数を求めてください。



(2) 【チャレンジ問題】

正方形を6つ繋げた図形（ヘキソミノ）は、35種類あります。

ヘキソミノの中に、次数が(1)で求めたものより大きいものはあるでしょうか。



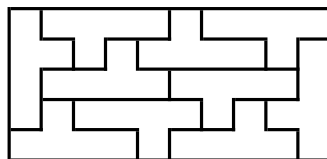
今回の問題は、実際に作ってみる以外の方法はあまりないように思います。

多くの人が挑戦してくれました。

(1)では、ペントミノの面積が5なので、できあがる長方形の縦か横の長さは5の倍数です。

ここでは縦の長さを5として試していきましょう。

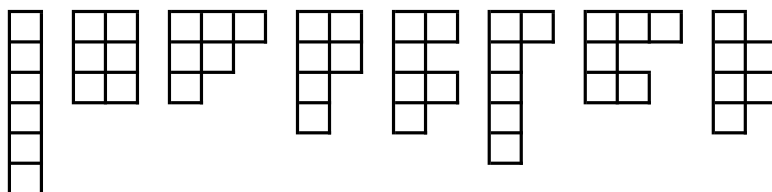
すると、たとえば図のような長方形があることがわかります。ここからこのペントミノの次数は 10 であると予想がつきます。



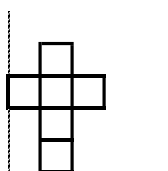
あとは、9 個以下で長方形が作れないことを証明すれば完成です。(これを確認する必要があること自体、言及した人はいませんでした。最小個数が 10 であることを示すのだから、当然必要です。)

といっても文章化するのは難しいので、今回は省略します。結果としてこのペントミノの次数は 10 になります。

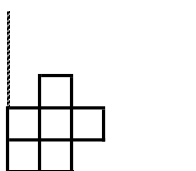
(2)は、かなり難しかったと思います。



まず、これらのヘキサミノは、次数が 4 以下であり、(1)の答え「10」より小さい数です。よって除外されます。



(例 1)
長方形の角に
ミノを置けない



(例 2)
角にはおけるが
2つ目が置けない

次に、明らかに長方形が作れないものを除外していきます。

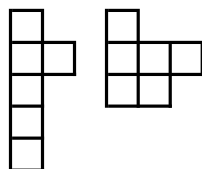
上の 2 つの例は、長方形が作れない理由の最もメジャーなものです。例 1 のミノは、どのように置いても四隅をカバーすることができません。例 2 は、四隅をカバーすることはできるけれど、カバーすることで別の場所にカバーできないところが発生してしまう例です。



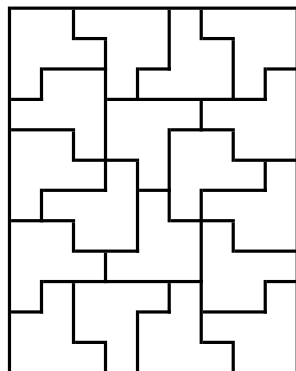
(例 3)
カバーする場所が
永遠に出現し続ける

また、このような例もあります。例 3 のようになった場合、永遠に長方形が完成することはありません。

他のヘキサミノは、実際に試してみる以外の方法がありません。考えていった結果、以下のような難しい例が残りますね。



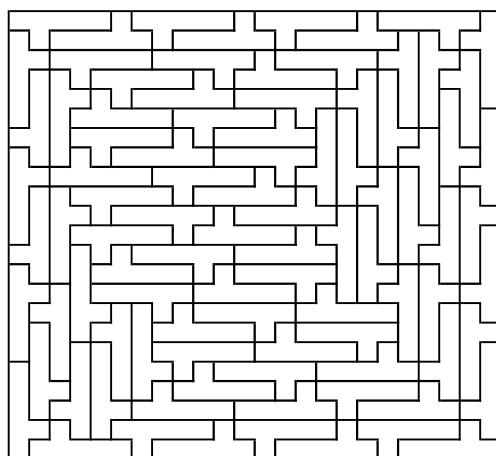
右のミノは、洛北高校総務企画部の前の机に並べておいたので、答えになることがわかりやすかったのではありませんか。



図のような長方形ができあがります。

また、10 個以下で長方形を作ることはできないので（これはわりと簡単にわかります）、次数 11 以上のミノが存在することが分かりました。¹

また、これに気づいた解答者はいませんでした。もうひとつの候補でも長方形をつくることができます²。



ポリオミノ（正方形をつなげた図形）で長方形を作る方法については分かっていないことも多いらしく、調べてみると面白いです。ぜひ調べてみてください。

¹ ちなみに、これが最小のようです。次数は 18 です。

² <https://www2.stetson.edu/~efriedma/order/> を参考にしました。