

先月の解答・解説

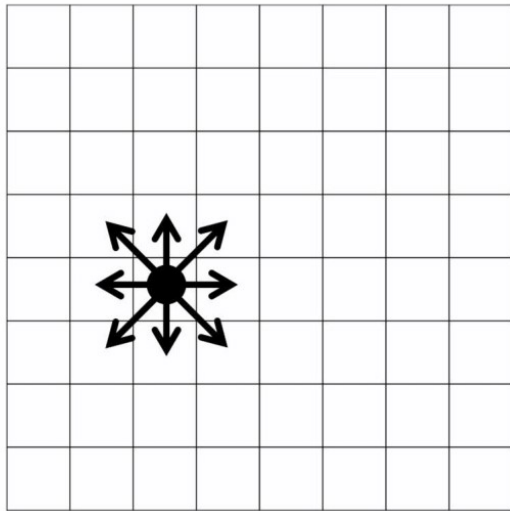


図 1

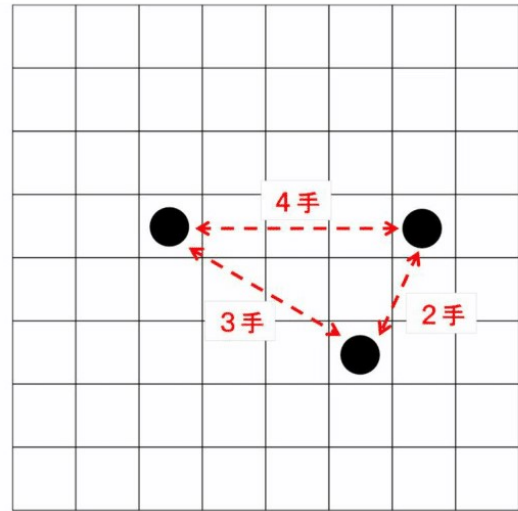


図 2

図 1 のような 8×8 のマスが書かれたボードに、1 手で縦・横・斜めのいずれかの方向に 1 マス進めるコマを置きます。

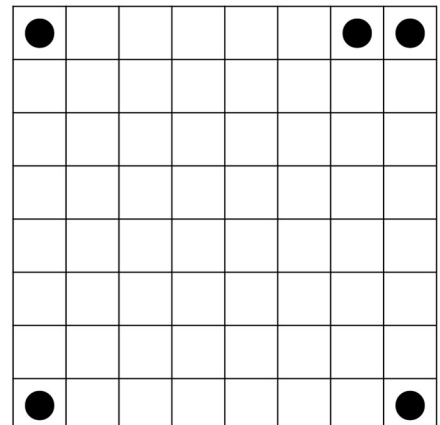
図 2 のように 3 つのコマを置いたとき、各コマの間の距離を測るとそれぞれ 3 手、4 手、5 手ぶんの距離となり、距離の平均値は $\frac{3+4+5}{3}=4$ 手となりました。

- (1) コマを 5 個置くとき、距離の平均値が最大となる置き方をひとつ答えなさい。
- (2) コマを 8 個置くとき、距離の平均値が最大となる置き方をひとつ答えなさい。
- (3) 【チャレンジ問題】 コマが斜めに動けないとき、(1)(2)の答えはどう変わりますか。

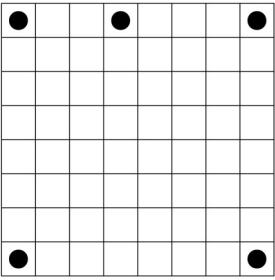
解説

- (1) なるべく隅に寄せることは全員が考えたようです。

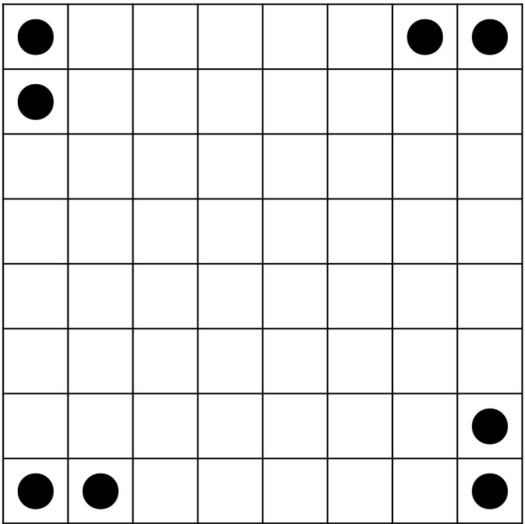
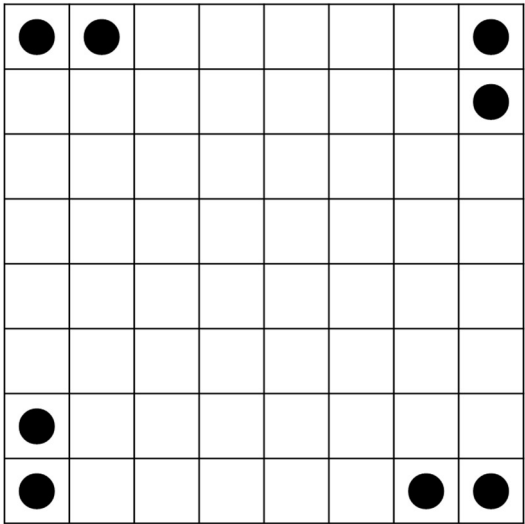
正解例は図で、平均値は $\frac{\text{距離の合計}}{10} = 6.3$ です。



ところで「5つめ」のコマは、ほかにも置き場所があります。たとえば次のような位置でもだいじょうぶです。辺上にあれば問題ありません。

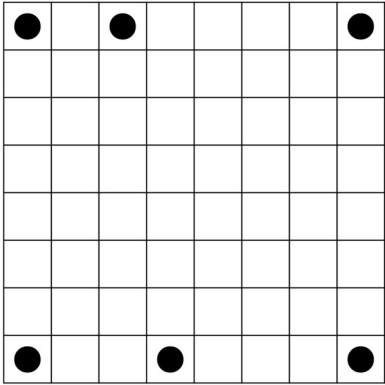


(2) コマを8つおくときは、置き方は2通り（本質的には1通り）しかありません。次の2つです。



これの面白いところは、8個になると位置がバッチリ決まってしまうことです。

たとえばコマが6個のとき、コマの配置は「四隅+対辺上のどこか」であり、2つのコマは自由に動くことができます。コマが7個のときはもっと複雑です（考えてみてください！）しかし8個だと解答の他の配置は無いのです。



全体的に、コマの数が4, 8, 12, ...と4の倍数になるとき自由度がぐっと下がっていきそうです。コマの数が増えてきて、33以上になるとどうなるでしょうか？

(3) 中学1年の藤井君、増井君がよく考察してくれました。2人とも、よく考えていたようですが、図だけでなく説明が添えられているとなおよかったと思います。

	ナナメあり	ナナメなし
(1)	四隅+辺上のどこか	四隅+どこか(辺上でなくてもよい)
(2)	変化なし	

コマが6個、7個の場合にも考えてみてください。

さて、(1)(2)と(3)で考えたことは、「距離」の違いでした。
我々がふだん「距離」という言葉を使うとき、それは直線距離（ユークリッド距離）を表しており、

$$\text{距離} = \sqrt{\text{縦の座標の差}^2 + \text{横の座標の差}^2}$$

でした。これが(1)(2)だと

$$\text{距離} = \left(\text{縦の座標の差}, \text{横の座標の差} \right) \text{の最大値}$$

(3)だと

$$\text{距離} = \text{縦の座標の差} + \text{横の座標の差}$$

でした。タクシーなんかだと、「直線距離」よりも(3)の距離のほうが重要ですよね。
ほかの距離ではどうなるでしょうか。ちょっと考えてみてください。