

教科	数学	科目	数学探究 $\alpha$	単位数	6	実施クラス	1年 2組
単元名	指数関数と対数関数						

### 1. 授業（単元）で扱う目標・内容について

①本授業の目標（能力向上をねらいとする）Step を         、特にねらいとするものを          で示しています。

Step	発想	課題・仮説設定	調査・実験計画	データ取得・処理	研究遂行,考察	表現・発表
6	複数の考えを組み合わせながら、自分の発想を再考し、新しい価値を生み出すことができる。	実験・調査結果から新しい課題を見つけ、仮説を設定することができる。	課題や期間に合わせた、適切な実験・調査計画を立案することができる。	与えられたデータを統計的に分析し、分析結果を言語化できる。	必要に応じて外部と協力しながら研究ができる。	グローバルに発信・発表ができる。
5	他者とアイデアを討論し、より良いものにしていけることができる。	仮説が適当なものがあるかを判断することができる。	先行研究を参考に、新たな見解や視点を見いだすことができる。	課題を検証するための、データの取得・分析方法を検討することができる。	課題を解決するために、仮説⇒検証を繰り返すことができる。	論理的に矛盾のない文章が書ける。論文の執筆ができる。
4	知見・知識を統合して、アイデアを見いだすことができる。	疑問に対して仮説を設定することができる。	課題に対する先行研究の調査を行うことができる。	与えられたデータの代表値、分散、相関係数等を調べられる。	得られた結果と仮説が対応するかしないかを正しく判断できる。	スライド・ポスター等を使って発表することができる。
3	身の回りの現象について自分の興味のあることを調べることができる。	調べた結果に、新たな疑問を持つ。	仮説を検証するための手段・機材を検討することができる。	実験・調査を再現できるように研究記録を正確に取ることができる。	実験・調査の条件を再検討し、調整する事ができる。	スライド、ポスター等の発表資料を作成することができる。
2	身の回りの様々な現象を比較して、違いを見つけていることができる。	書籍やインターネットを用いて疑問について調べることができる。	基本的な実験・調査技術を習得している。器具、操作の原理を理解している。	主張したい事柄に応じて適切なグラフを選択できる。	実験・調査の結果から何がわかったのかを理解することができる。	自分の意見や考えを、レポート等にまとめることができる。
1	日常の様々な出来事に興味を持ち、対象をよく観察することができる。	様々な現象に疑問を持つことができる。	実験・調査の手順を理解している。実験の結果を正しく読み取ることができる。	グラフの読み取りができる。数値とグラフの種類が与えられれば、書くことができる。	計画に基づき、手順通りに実験・調査を行うことができる。	自分の意見を持ち、失敗を恐れずに表現できる。

### ②本授業（単元）で習得すべき内容

指数計算の結果から対数の近似値を求められる。  
不等式を用いた上からの評価と下からの評価について知る。

### 2. 1の目標・内容を達成できたかを判断する「規準」と「方法」

規準： $\log_{10} 3$ の値の近似値を求める手順を習得したか。

方法：プリントの提出

### 3. 具体的な授業におけるチャレンジ（教材・発問・学習活動・めあて・ふりかえりなど）

$\log_{10} 2$ を求める方法を、問題集の問題とからめて紹介する。  
各グループに分かれて $\log_{10} 3$ 、 $\log_{10} 7$ の値を求める（プリントを使用）。  
得た近似値をグループ間で共有する。

#### 4. 授業の展開

時間	学習内容と活動		指導上の留意点・評価
導入 5分	問題集の演習 ( $\log_{10} 2$ の近似値)	問題演習を通じて $2^m \approx 10^n$ となる $n, m$ を 探すことを学ぶ	既に解いてノート提出も済ませている範囲の問題なので、定着しているかどうか確認をする
展開 ① 20分	プリントの配布 グループワーク	iPadの電卓を使用して グループごとに $\log_{10} 3$ と $\log_{10} 7$ の近似値 を求める。  求めた近似値を ロイロノートで提出	iPadの電卓にはlogを計算する機能があるが使っても問題の目的に沿わないことを認識させる。  何もしていない生徒、何をしていたかわからない生徒がいないかどうか机間巡視する。
展開 ② 10分	提出された答案の確認	$3^{21}, 3^{23}, 7^{13}, 7^{19}$ など 「ちょうどいい」値の 共有をする	より近い値を得たグループ、 近似値の幅が一番小さいグループを それぞれ共有する。 そのどちらにも意味があることを意識させる。
まとめ 10分	他の方法の確認 プリントの配布	対数の意味についてもう 一度確認する。	プリントには発展的な内容も書く。

#### 5. 授業プリント等

別紙のとおり

本時の目標 常用対数表がなくても、 $\log_{10}2$  や  $\log_{10}3$  のおおよその値を求められる。 [ ]

問題集61 (改題)

- (1)  $2^{10} > 10^3$  であることを用いて、 $\log_{10}2 > 0.3$  を示せ。
- (2)  $2^3 < 10^1$  であることを用いて、 $\log_{10}2 < \frac{1}{3}$  を示せ。
- (3)  $\log_{10}2$  の値を、小数点第1位まで求めよ。

もっと正確な値を得るには？

より狭い評価をした (狭い範囲に収めた)

→ 正確な近似値に近づいた

問題1  $\log_{10} 3$  の近似値を求めたい。不等式で両側からの評価を行いなさい。  
(できるだけ狭い範囲に収めなさい。)

問題2  $\log_{10} 7$  の近似値を求めたい。不等式で両側からの評価を行いなさい。  
(できるだけ狭い範囲に収めなさい。)

1

$\log_{10} 3$  の範囲

$< \log_{10} 3 <$

\_\_\_\_\_

をもとに計算

\_\_\_\_\_

をもとに計算

2

$\log_{10} 7$  の範囲

$< \log_{10} 7 <$

\_\_\_\_\_

をもとに計算

\_\_\_\_\_

をもとに計算

(記入例)  $\log_{10} 2$  の範囲

$0.3 < \log_{10} 2 < 0.3076\dots$

$2^{10}$

をもとに計算

$2^{13}$

をもとに計算

より正確な値

$$\log_{10} 2 = 0.301029 \dots$$

$$\log_{10} 3 = 0.477121 \dots$$

$$\log_{10} 7 = 0.845098 \dots$$

**どうやってより正確な値を計算するか？**

(アイデア1) 今回と同様の方法を続ける

(例)  $2^{2136} > 10^{643}$  なので  $\log_{10} 2 > \frac{643}{2136} = 0.3010299 \dots$

$2^{2621} < 10^{789}$  なので  $\log_{10} 2 < \frac{789}{2621} = 0.3010301 \dots$

(アイデア2) 力づくで大きな計算をして、桁数に注目する

(例)  $2^{1000000}$  を計算機で計算すると  $990065 \dots 9376$  (301030桁) なので  $10^{301029} < 2^{1000000} < 10^{301030}$   
常用対数をとって  $301029 < 1000000 \log_{10} 2 < 301030$

(アイデア3) テイラー展開を使用する

$\log_e(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$  を利用すると

$$\log_e \frac{1}{2} = \log_e \left(1 - \frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 2^2} + \frac{1}{3 \times 2^3} + \frac{1}{4 \times 2^4} + \dots\right) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\log_e \frac{4}{5} = \log_e \left(1 - \frac{1}{5}\right) = -\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2 \times 5^2} + \frac{1}{3 \times 5^3} + \frac{1}{4 \times 5^4} + \dots\right) \quad \dots \textcircled{2}$$

$x$  に  $-\frac{1}{2}$  と  $-\frac{1}{5}$  を代入  
なるべく0に近い値を代入する  
ように工夫する

①②を適当な場所まで足し合わせると  $\log_e \frac{1}{2} \doteq -0.6931295$ ,  $\log_e \frac{4}{5} \doteq -0.2231435$

よって  $\log_e 10 = -3 \log_e \frac{1}{2} - \log_e \frac{4}{5} \doteq 2.302532$

$$\log_{10} 2 = \frac{\log_e 2}{\log_e 10} \doteq \frac{0.6931295}{2.302532} \doteq 0.301029$$

(注:  $e$  は, 自然対数の底と呼ばれる定数で,  $e = 2.71828 \dots$   
数学IIIで学習する。)