

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

GS ベーシック

中村 啓介

京都府立桃山高等学校

2014 版

統計って何？

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

統計は2種類あります.

- **記述統計** (数学Iで学ぶ)

データを整理することによってそのデータ集団の特徴や性質を表すことを目的とする

統計って何？

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

統計は2種類あります.

- **記述統計** (数学Iで学ぶ)
データを整理することによってそのデータ集団の特徴や性質を表すことを目的とする
- **推測統計** (GSBで学ぶ)
いくつかのサンプルからデータ集団の状況を推測することを目的とする

具体例でイメージしよう！

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- A 組 (40 人) の数学の学力について考えるとします. もちろん, 全員の得点から平均点等を見ることによって, なんかの特徴を見つけることができると思います. データを調べた A 組について分析するのが記述統計です.

具体例でイメージしよう！

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- A 組 (40 人) の数学の学力について考えるとします. もちろん, 全員の得点から平均点等を見ることによって, なんらかの特徴を見つけることができると思います. データを調べた A 組について分析するのが記述統計です.
- 日本国内の 16 歳の数学の学力について考えるとします. 同じテストを国内の 16 歳全員に受験してもらうことは現実的ではありません. でも, ある程度の数のデータを集めて, それらから全体の学力の平均点等を予想しようというのが推測統計です.

具体例でイメージしよう！

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- A 組 (40 人) の数学の学力について考えるとします. もちろん, 全員の得点から平均点等を見ることによって, なんらかの特徴を見つけることができると思います. データを調べた A 組について分析するのが記述統計です.
- 日本国内の 16 歳の数学の学力について考えるとします. 同じテストを国内の 16 歳全員に受験してもらうことは現実的ではありません. でも, ある程度の数のデータを集めて, それらから全体の学力の平均点等を予想しようというのが推測統計です.

memo

推測統計での予想は本当は違うかもしれないという不安があるのですが, その不安を確率で表現して, これくらいの確率でこの予想は正しいだろうという結論のまとめ方をしていきます.

反復試行の確率が基本 (p18)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

コインを 1 回投げる試行を考えます. 表が出る確率を p , 裏が出る確率を $(1-p)$ とします. この試行を n 回繰り返したとき, 表が出る回数 (確率変数) を X とすると, X の分布は次のようになり, この分布を二項分布 (binomial distribution) という.

二項分布

$$P(X = k) = {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

復習がてらに次の問題を考えて, 二項分布の雰囲気を感じてみましょう.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

【解答】

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

【解答】

$$P(X = k) = {}_6C_k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{6-k}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回である確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

【解答】

$$P(X = k) = {}_6C_k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{6-k}$$

確率変数	0	1	2	3	4	5	6
確率	$\frac{64}{729}$	$\frac{192}{729}$	$\frac{240}{729}$	$\frac{160}{729}$	$\frac{60}{729}$	$\frac{12}{729}$	$\frac{1}{729}$

memo

上の結果から, ヒストグラムを作成しましょう.

確率分布の可視化

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

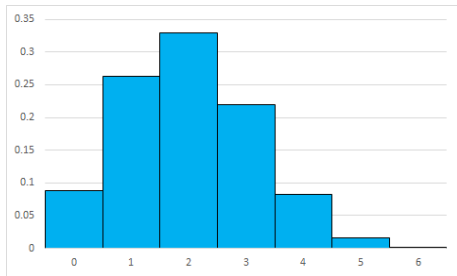
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



ヒストグラムを用いると、6 回中 2 回で割合が多いことが視覚的にもわかります。

だいたいイメージができましたか？定義式に戻しましょう。

用語の説明 (p18)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布

$$P(X = k) = {}_n C_k p^k (1 - p)^{n-k}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

二項分布の値を決める変数は、 n と p だけですね。つまり、試行回数 n と、確率 p が決まれば分布が求められるということです。したがって、二項分布はその文字 n, p を使って $B(n, p)$ と表します。またこのとき、独特の言い回しで慣れないかもしれませんが、「**確率変数 X は二項分布 $B(n, p)$ に従う**」といい、 **$X \sim B(n, p)$** とあらわします。

二項分布の特徴を掴む (p18)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

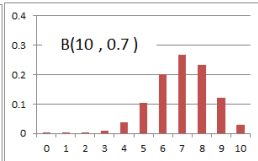
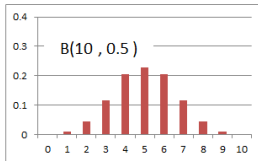
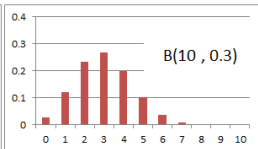
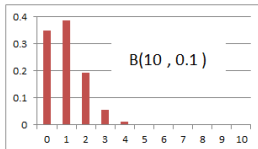
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

試行回数を 10 回に固定し、確率を変化させて二項分布のヒストグラムを観察してみましょう。



二項分布の特徴を掴む (p18)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

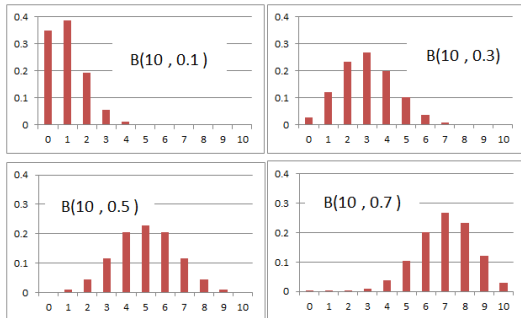
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

試行回数を 10 回に固定し、確率を変化させて二項分布のヒストグラムを観察してみましょう。



どういったことが観察できましたか？

期待値と分散 (p19)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布における確率変数 X の平均 (期待値) と分散について考えてみましょう. 二項分布の期待値 $E[X]$, 分散 $V[X]$ は次で求められます.

期待値と分散の求め方

$$E[X] = np, \quad V[X] = np(1 - p)$$

memo

テキスト p19 の定義通りに計算していくと, 上のような簡単な結果になります.

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, 　　　　　 に従います.

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ に従います.

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ に従います.

(1) 期待値を求めよ.

(2) 分散を求めよ.

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ に従います.

(1) 期待値を求めよ. 【答え】 $6 \times \frac{1}{3} = 2$

(2) 分散を求めよ.

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ に従います.

(1) 期待値を求めよ. 【答え】 $6 \times \frac{1}{3} = 2$

(2) 分散を求めよ. 【答え】 $6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

最初の例に戻って

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

最初に考えたサイコロを投げる問題に戻りましょう.

サイコロを6回投げる試行を考える. 3の倍数の目が k 回でる確率 $P(X = k)$ を求めよ. また, 確率分布表を作成せよ.

試行回数が $n = 6$, 3の倍数の目が出る確率は $p = \frac{1}{3}$ ですので,

確率変数 X は, $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ に従います.

(1) 期待値を求めよ. 【答え】 $6 \times \frac{1}{3} = 2$

(2) 分散を求めよ. 【答え】 $6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

確率変数	0	1	2	3	4	5	6
確率	$\frac{64}{729}$	$\frac{192}{729}$	$\frac{240}{729}$	$\frac{160}{729}$	$\frac{60}{729}$	$\frac{12}{729}$	$\frac{1}{729}$

練習問題 (p20)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある箱に入っているボルトの受け入れ検査では, 箱から 10 個のボルトを無作為に選び, その中の不良品の個数が 1 個以下ならば, その箱を合格とする (このような検査を抜き取り検査という). 箱内のボルトの不良品の個数が 10% であるとき, 検査に合格する確率を求めよ (二項分布で近似して求めよ).

練習問題 (p20)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある箱に入っているボルトの受け入れ検査では, 箱から 10 個のボルトを無作為に選び, その中の不良品の個数が 1 個以下ならば, その箱を合格とする (このような検査を抜き取り検査という). 箱内のボルトの不良品の個数が 10% であるとき, 検査に合格する確率を求めよ (二項分布で近似して求めよ).

【解答】

箱内の不良品の個数を X とおく. $X \leq 1$ である確率を求めればよい. また, X は $B(10, 0.1)$ に従うとしてよい.

練習問題 (p20)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある箱に入っているボルトの受け入れ検査では、箱から 10 個のボルトを無作為に選び、その中の不良品の個数が 1 個以下ならば、その箱を合格とする (このような検査を抜き取り検査という). 箱内のボルトの不良品の個数が 10% であるとき、検査に合格する確率を求めよ (二項分布で近似して求めよ).

【解答】

箱内の不良品の個数を X とおく. $X \leq 1$ である確率を求めればよい. また, X は $B(10, 0.1)$ に従うとしてよい.

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X = 0) + P(X = 1) \\ &= {}_{10}C_0(0.1)^0(0.9)^{10} + {}_{10}C_1(0.1)^1(0.9)^9 \\ &= 0.736 \end{aligned}$$

n が大きく, p が小さい二項分布

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布の特殊な例を考えてみましょう. n がとても大きな値で, p がとても小さいような確率分布を考えます.

$X \sim B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ くらいにします. $P(X = 2)$ を求める式を書いてみましょう.

n が大きく, p が小さい二項分布

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布の特殊な例を考えてみましょう. n がとても大きな値で, p がとても小さいような確率分布を考えます.

$X \sim B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ くらいにします. $P(X = 2)$ を求める式を書いてみましょう.

$$P(X = 2) = {}_{10000}C_2 \left(\frac{1}{10000}\right)^2 \left(\frac{9999}{10000}\right)^{9998}$$

n が大きく, p が小さい二項分布

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布の特殊な例を考えてみましょう. n がとても大きな値で, p がとても小さいような確率分布を考えます.

$X \sim B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ くらいにします. $P(X = 2)$ を求める式を書いてみましょう.

$$P(X = 2) = {}_{10000}C_2 \left(\frac{1}{10000}\right)^2 \left(\frac{9999}{10000}\right)^{9998}$$

memo

手計算はしんどいです. 計算機を使って求めてみましょう.

n が大きく, p が小さい二項分布

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布の特殊な例を考えてみましょう. n がとても大きな値で, p がとても小さいような確率分布を考えます.

$X \sim B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ くらいにします. $P(X = 2)$ を求める式を書いてみましょう.

$$P(X = 2) = {}_{10000}C_2 \left(\frac{1}{10000}\right)^2 \left(\frac{9999}{10000}\right)^{9998} \doteq 0.1839489$$

memo

手計算はしんどいです. 計算機を使って求めてみましょう.

近似計算ができます (p20)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$${}_nC_k p^k (1-p)^{n-k} \doteq e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

ただし, $\lambda = np$

e はネイピア数や自然対数の底と呼ばれる無理数です. 円周率 π みたいなもので $e = 2.71828 \dots$ という数だと思ってください. 高校では数学 III で学習します.

近似計算ができます (p20)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$${}_nC_k p^k (1-p)^{n-k} \doteq e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

ただし, $\lambda = np$

e はネイピア数や自然対数の底と呼ばれる無理数です. 円周率 π みたいなもので $e = 2.71828 \dots$ という数だと思ってください. 高校では数学 III で学習します.

memo

先ほど苦労して求めた計算を上の近似式に当てはめて計算してみましょう.

近似計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ より, 期待値は $10000 \times \frac{1}{10000} = 1$ です.
これが近似計算で用いる λ です.

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= {}_{10000}C_2 \left(\frac{1}{10000}\right)^2 \left(\frac{9999}{10000}\right)^{9998} \\ &\doteq e^{-1} \frac{1^2}{2!} \end{aligned}$$

近似計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$B\left(10000, \frac{1}{10000}\right)$ より, 期待値は $10000 \times \frac{1}{10000} = 1$ です.
これが近似計算で用いる λ です.

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= {}_{10000}C_2 \left(\frac{1}{10000}\right)^2 \left(\frac{9999}{10000}\right)^{9998} \\ &\doteq e^{-1} \frac{1^2}{2!} \\ &\doteq 0.1839397 \end{aligned}$$

ポアソン分布 (p21)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

稀にしか起こらず, でもそれが 起こり得る機会がたくさんあるようなデータは, 次の分布に従うことが知られています.

ポアソン分布

確率変数 X が次の分布に従うとき, X はポアソン分布に従うといい, $X \sim Po(\lambda)$ とかく.

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

ポアソン分布の期待値と分散

$$E[X] = \lambda, \quad V[X] = \lambda$$

ポアソン分布が表れる例

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- 1ml の希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数

ポアソン分布が表れる例

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- 1ml の希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数
- 1 ページの文章を入力するときの, 綴りを間違える回数

ポアソン分布が表れる例

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- 1ml の希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数
- 1 ページの文章を入力するときの, 綴りを間違える回数
- 単位時間当たりの放射線の計測

ポアソン分布が表れる例

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- 1ml の希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数
- 1 ページの文章を入力するときの, 綴りを間違える回数
- 単位時間当たりの放射線の計測
- 交通事故の件数 等々.

ポアソン分布が表れる例

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- 1ml の希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数
- 1 ページの文章を入力するときの、綴りを間違える回数
- 単位時間当たりの放射線の計測
- 交通事故の件数 等々.

memo

1 日の交通事故での死者数の分布を調べようと考えるとき、二項分布では外にでている人の数 (とても大きい n) , と死亡事故にあう確率 (とても小さい p) がわからず話が進みませんが, 死亡者の平均 ($np = \lambda$) はデータを調べればわかりますね. そのようなときに二項分布の代わりにポアソン分布を利用します. λ は平均という感覚は大事です.

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

歴史上最初のポアソン分布の実例を紹介しましょう.

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

歴史上最初のポアソン分布の実例を紹介しましょう。プロシアという国があって、その国の騎兵連隊の馬に蹴られて死んだ兵士の数がポアソン分布に従っています。嘘みたいなデータですね。

無作為に選んだ10の軍団から1年の間に馬に蹴られて死んだ人の数のデータを取り、これを20年続けました。計200軍団分のデータは下の通り。

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

歴史上最初のポアソン分布の実例を紹介しましょう。プロシアという国があって、その国の騎兵連隊の馬に蹴られて死んだ兵士の数がポアソン分布に従っています。嘘みたいなデータですね。

無作為に選んだ 10 の軍団から 1 年の間に馬に蹴られて死んだ人の数のデータを取り、これを 20 年続けました。計 200 軍団分のデータは下の通り。

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) =$$

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) = e^{-0.61} \frac{0.61^0}{0!} \times 200$$

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) = e^{-0.61} \frac{0.61^0}{0!} \times 200 \doteq 108.7$$

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) = e^{-0.61} \frac{0.61^0}{0!} \times 200 \doteq 108.7$$

$$P(X = 1) =$$

$$P(X = 2) =$$

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) = e^{-0.61} \frac{0.61^0}{0!} \times 200 \doteq 108.7$$

$$P(X = 1) = e^{-0.61} \frac{0.61^1}{1!} \times 200$$

$$P(X = 2) = e^{-0.61} \frac{0.61^2}{2!} \times 200$$

コラム

GS ベーシック

中村 啓介

死亡者数	0	1	2	3	4	5 以上
観測数	109	65	22	3	1	0

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

死亡者数の平均を求めましょう.

$$\frac{0 \times 109 + 1 \times 65 + 2 \times 22 + 3 \times 3 + 4 \times 1}{200} = 0.61$$

これが λ ですね. このデータは $\lambda = 0.61$ のポアソン分布 $Po(0.61)$ に従うのですが, 確かめてみましょう.

$$P(X = 0) = e^{-0.61} \frac{0.61^0}{0!} \times 200 \doteq 108.7$$

$$P(X = 1) = e^{-0.61} \frac{0.61^1}{1!} \times 200 \doteq 66.3$$

$$P(X = 2) = e^{-0.61} \frac{0.61^2}{2!} \times 200 \doteq 20.2$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

ある日の事故件数を X とする。 $X \geq 3$ となる確率を求めればよい。また、 $X \sim Po(2)$ である。

$$P(X \geq 3) =$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

ある日の事故件数を X とする。 $X \geq 3$ となる確率を求めればよい。また、 $X \sim Po(2)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

ある日の事故件数を X とする。 $X \geq 3$ となる確率を求めればよい。また、 $X \sim Po(2)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= 1 - e^{-2} \frac{2^0}{0!} - e^{-2} \frac{2^1}{1!} - e^{-2} \frac{2^2}{2!} \\ &= \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

ある日の事故件数を X とする。 $X \geq 3$ となる確率を求めればよい。また、 $X \sim Po(2)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= 1 - e^{-2} \frac{2^0}{0!} - e^{-2} \frac{2^1}{1!} - e^{-2} \frac{2^2}{2!} \\ &= 1 - 0.135335 - 0.270671 - 0.270671 \\ &= \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある町の1日の交通事故の件数は、平均2のポアソン分布に従うとする。この町におけるある日の事故件数が3件以上である確率を求めよ。

【解答】

ある日の事故件数を X とする。 $X \geq 3$ となる確率を求めればよい。また、 $X \sim Po(2)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) \\ &= 1 - e^{-2} \frac{2^0}{0!} - e^{-2} \frac{2^1}{1!} - e^{-2} \frac{2^2}{2!} \\ &= 1 - 0.135335 - 0.270671 - 0.270671 \\ &= 0.323324 \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

$$p = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = e^{-2}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

$$p = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = e^{-2}$$

1週間のうち故障回数0の日があった回数を X とおく。 $X \geq 5$ となる確率を求めればよい。また $X \sim B(7, p)$ である。

$$P(X \geq 5) =$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

$$p = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = e^{-2}$$

1週間のうち故障回数0の日があった回数を X とおく。 $X \geq 5$ となる確率を求めればよい。また $X \sim B(7, p)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \\ &= {}_7C_5 p^5 (1-p)^2 + {}_7C_6 p^6 (1-p)^1 + {}_7C_7 p^7 (1-p)^0 \\ &= \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

$$p = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = e^{-2}$$

1週間のうち故障回数0の日があった回数を X とおく。 $X \geq 5$ となる確率を求めればよい。また $X \sim B(7, p)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \\ &= {}_7C_5 p^5 (1-p)^2 + {}_7C_6 p^6 (1-p)^1 + {}_7C_7 p^7 (1-p)^0 \\ &= \end{aligned}$$

練習問題 (p22)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある機械の1日の故障回数は、平均2回のポアソン分布に従うとする。故障回数が0の日が1週間のうち5日以上である確率を求めよ。

【解答】

故障回数は $Po(2)$ に従うことから、ある日の故障回数が0である確率 p は、

$$p = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = e^{-2}$$

1週間のうち故障回数0の日があった回数を X とおく。 $X \geq 5$ となる確率を求めればよい。また $X \sim B(7, p)$ である。

$$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \\ &= {}_7C_5 p^5 (1-p)^2 + {}_7C_6 p^6 (1-p)^1 + {}_7C_7 p^7 (1-p)^0 \\ &= 0.000750824 \end{aligned}$$

離散から連続へ (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

離散型の確率では、 $P(X = k)$ の値を求めることが中心でした。
 $P(2 \leq X \leq 4)$ を求める場合でも、 $P(2) + P(3) + P(4)$ を計算
するだけで済みました。

今からは、 X は実数として、 $P(2 \leq X \leq 4)$ を求めたいのです。

離散から連続へ (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

離散型の確率では、 $P(X = k)$ の値を求めることが中心でした。
 $P(2 \leq X \leq 4)$ を求める場合でも、 $P(2) + P(3) + P(4)$ を計算
するだけで済みました。

今からは、 X は実数として、 $P(2 \leq X \leq 4)$ を求めたいのです。

$2 \leq X \leq 4$ の中には無数の数がありますから、
 $P(2) + P(2.1) + P(2.2) + \dots$ みたいな計算では間に合いません。
連続型の確率は面積と結びつけることで定義できました。

確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

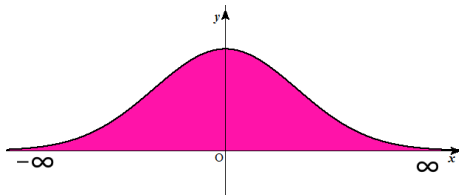
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

全事象が起こる確率は1です. ですので, x 軸と囲まれた部分の面積が1になるようなグラフ, およびその関数 $f(x)$ を考えます.



確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

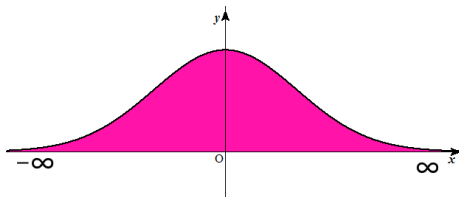
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

全事象が起こる確率は1です。ですので、 x 軸と囲まれた部分の面積が1になるようなグラフ、およびその関数 $f(x)$ を考えます。



上のように、囲まれた面積が1になるような $f(x)$ を **確率密度関数**といいます。全事象の確率つまり、 $-\infty < X < \infty$ の確率が1になるように面積と対応させます。

確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$2 \leq X \leq 4$ となる確率のイメージも見てください.

確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

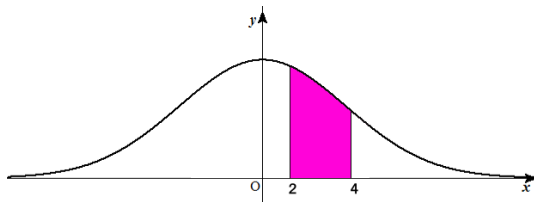
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$2 \leq X \leq 4$ となる確率のイメージも見てみましょう.



連続型の確率 $P(2 \leq X \leq 4)$ は, 上のような部分の面積に対応付けています.

確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

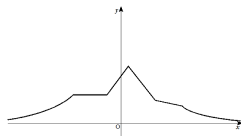
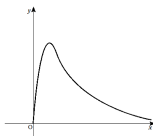
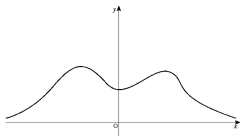
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

連続型の確率を与える関数(確率密度関数)は考える問題ごとに様々です. グラフの形は以下のようにたくさんのタイプがあります.



確率密度関数 (p23)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

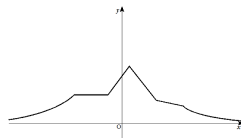
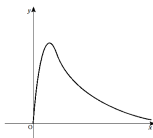
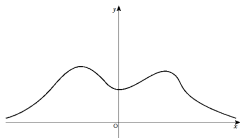
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

連続型の確率を与える関数(確率密度関数)は考える問題ごとに様々です. グラフの形は以下のようにたくさんのタイプがあります.



統計では適当なデータ変換をすると, 数種類の分布で近似できてしまうので, 色々考える必要はありません.

memo

今までの内容をまとめておきます.

連続型の確率分布

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

連続型の確率分布の定義

連続型確率変数 X の確率分布は、確率密度関数 とばれる関数 f を用いて、任意の $a, b (a \leq b)$ に対して、次のように定義される。

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

また、確率密度関数 $f(x)$ は、すべての x で 0 以上の値をとり、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

を満たす関数である。

簡単な連続型の確率分布 (p24)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

1 年生でも計算できる連続型の確率分布で計算練習してみま
しょう.

簡単な連続型の確率分布 (p24)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

1年生でも計算できる連続型の確率分布で計算練習してみま
しょう.

$-\infty < X < \infty$ の範囲で x 軸と囲まれた部分の面積 (確率) が
1 になる最も簡単なものに, 次のものがあります.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

このような確率密度関数をもつ分布を **一様分布**と言います.

簡単な連続型の確率分布 (p24)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

1年生でも計算できる連続型の確率分布で計算練習してみま
しょう.

$-\infty < X < \infty$ の範囲で x 軸と囲まれた部分の面積 (確率) が
1 になる最も簡単なものに, 次のものがあります.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

このような確率密度関数をもつ分布を **一様分布** と言います.

memo

$P(0.2 < X < 0.6)$ を求めてみましょう.

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率密度関数 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$ のグラフを書いて,

$0.2 < X < 0.6$ の範囲で x 軸と囲まれている部分の面積を求めればいいです.

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

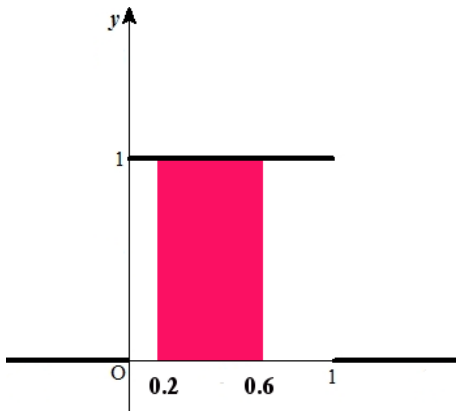
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率密度関数 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$ のグラフを書いて,

$0.2 < X < 0.6$ の範囲で x 軸と囲まれている部分の面積を求めればいいです.



一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(0.2 < X < 0.6) =$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(0.2 < X < 0.6) = \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\ &= 1 \times (0.6 - 0.2)\end{aligned}$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

memo

$-\infty < X < \infty$ のときの確率は？

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

memo

$-\infty < X < \infty$ のときの確率は？

$$P(-\infty < X < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

memo

$-\infty < X < \infty$ のときの確率は？

$$\begin{aligned}P(-\infty < X < \infty) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx \\&= \int_{-\infty}^0 f(x) \, dx + \int_0^1 f(x) \, dx + \int_1^{\infty} f(x) \, dx\end{aligned}$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

memo

$-\infty < X < \infty$ のときの確率は？

$$\begin{aligned}P(-\infty < X < \infty) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx \\&= \int_{-\infty}^0 f(x) \, dx + \int_0^1 f(x) \, dx + \int_1^{\infty} f(x) \, dx \\&= 0 + 1 + 0\end{aligned}$$

一様分布の計算

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(0.2 < X < 0.6) &= \int_{0.2}^{0.6} 1 \, dx \\&= 1 \times (0.6 - 0.2) \\&= 0.4\end{aligned}$$

memo

$-\infty < X < \infty$ のときの確率は？

$$\begin{aligned}P(-\infty < X < \infty) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx \\&= \int_{-\infty}^0 f(x) \, dx + \int_0^1 f(x) \, dx + \int_1^{\infty} f(x) \, dx \\&= 0 + 1 + 0 \\&= 1\end{aligned}$$

連続型の確率分布 $X = k$ の確率

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X = 0.2$ となる確率 $P(X = 0.2)$ を計算してみましょう.

連続型の確率分布 $X = k$ の確率

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

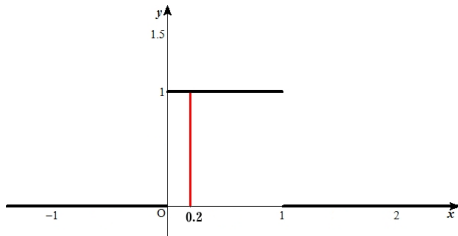
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X = 0.2$ となる確率 $P(X = 0.2)$ を計算してみましょう.



$P(X = 0.2)$ は上図の面積部分です. 面積を求める式を書いてみましょう.

連続型の確率分布 $X = k$ の確率

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

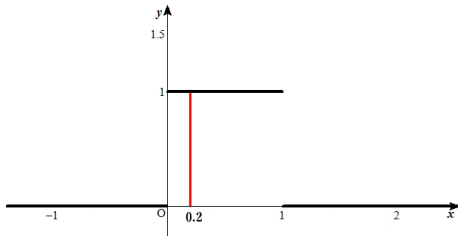
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X = 0.2$ となる確率 $P(X = 0.2)$ を計算してみましょう.



$P(X = 0.2)$ は上図の面積部分です. 面積を求める式を書いてみましょう.

$$P(X = 0.2) = \int_{0.2}^{0.2} 1 \, dx$$

連続型の確率分布 $X = k$ の確率

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

($\int$ の上下の数が同じときは $f(x)$ がどんな式でも計算結果は 0 .)

上のことが知られていますので,

$$\begin{aligned} P(X = 0.2) &= \int_{0.2}^{0.2} 1 dx \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$P(X = a) = 0$$

少し直観的ではない結果ですが, X がある値をとる確率は0なんですね. このことから, $X = a$ になる確率や $X = b$ になる確率は0 とわかりますので, $a < X < b$ となる確率を考える際は, a, b を含んでも含まなくても確率は同じであることがわかります. 次のようにまとめておきます. 不等号の下のイコールはあってもなくても, 確率に影響しないということです.

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b)$$

正規分布 (p26)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

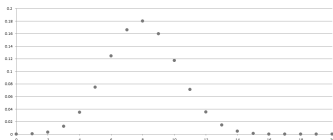
母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

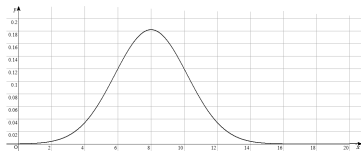
連続型確率分布で最も利用されるのが正規分布です. この分布を理解しないと統計はできません.

二項分布の確率変数は離散値 ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) ですが, この二項分布の確率変数を実数まで拡張したものを正規分布と呼びます. 二項分布は横軸が整数の点だけの不連続なグラフですが, 正規分布は二項分布の点をなめらかに繋いで, 曲線で表したようなグラフをもちます.

試行回数20 確率0.4の二項分布



左の二項分布の点をなめらかに繋いだ曲線



正規分布 (p26)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

正規分布の定義

確率変数 X の確率密度関数が次で与えられているとき,
 X は平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従うといい,
 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ とかく.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

正規分布 (p26)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

正規分布の定義

確率変数 X の確率密度関数が次で与えられているとき,
 X は平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従うといい,
 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ とかく.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

また, 正規分布の期待値と, 分散は以下の通り.

正規分布の期待値・分散の定義

確率変数 X が正規分布に従うとき,

$$E[X] = \mu, \quad V[X] = \sigma^2$$

正規分布 (p26)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

正規分布の定義

確率変数 X の確率密度関数が次で与えられているとき、
 X は平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従うといい、
 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ とかく。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times (\text{標準偏差})} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \text{平均}}{\text{標準偏差}} \right)^2}$$

また、正規分布の期待値と、分散は以下の通り。

正規分布の期待値・分散の定義

確率変数 X が正規分布に従うとき、

$$E[X] = \mu, \quad V[X] = \sigma^2$$

正規分布 (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

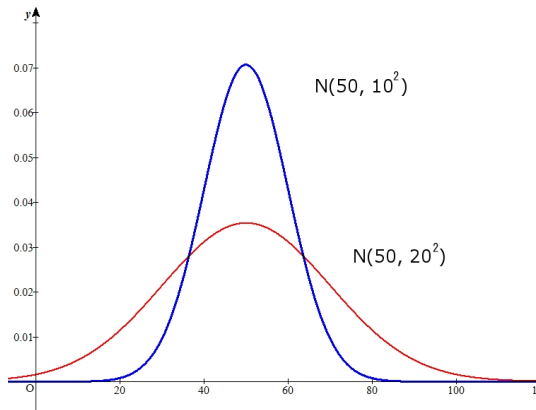
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例として平均 50，標準偏差 10 の正規分布をグラフと，平均 50，標準偏差 20 の正規分布のグラフを見てみましょう．



正規分布 (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

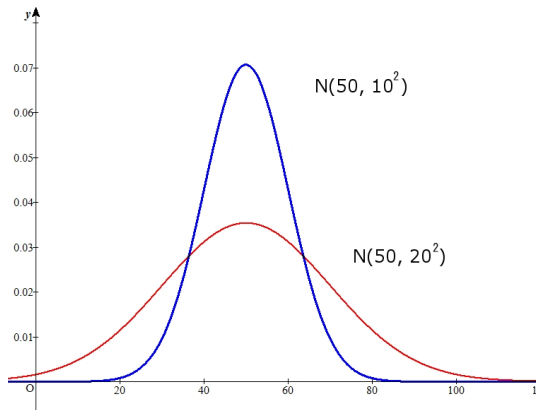
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例として平均 50，標準偏差 10 の正規分布をグラフと，平均 50，標準偏差 20 の正規分布のグラフを見てみましょう．



図からわかる通り，標準偏差 (データの散らばりの程度) が大きいと，グラフの裾が広くなり，高さも低くなりますね．

正規分布 (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

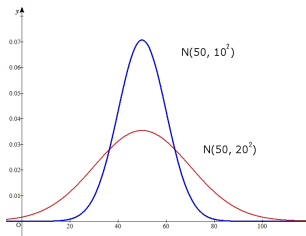
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



正規分布 (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

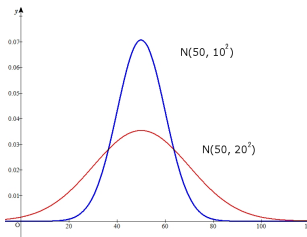
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



正規分布の性質

- $x = \mu$ (平均) に関して左右対称
- $x = \mu$ で最大値をとる
- x がとても大きい値, または, とても小さい値のときは $f(x)$ の値は 0 に限りなく近い
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ である. つまり, x 軸と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積は 1

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある模擬テストを例にします。みなさんが模擬テストを受験すると得点と偏差値がかえってきますよね。テストの得点の分布はだいたい正規分布になります。得点に変数変換を行うと、平均が 50 で標準偏差が 10 の正規分布に変えることができます。これが偏差値の分布です。つまり、受験者の偏差値を確率変数 X とすれば、平均 50, 標準偏差 10 の正規分布 $N(50, 10^2)$ に従うと仮定できるんです。では、偏差値が 60 以上である確率 $P(X \geq 60)$ を求めてみましょう。この確率を求めるイメージは下図の通りでした。

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

ある模擬テストを例にします. みなさんが模擬テストを受験すると得点と偏差値がかえってきますよね. テストの得点の分布はだいたい正規分布になります. 得点に変数変換を行うと, 平均が 50 で標準偏差が 10 の正規分布に変えることができます. これが偏差値の分布です. つまり, 受験者の偏差値を確率変数 X とすれば, 平均 50, 標準偏差 10 の正規分布 $N(50, 10^2)$ に従うと仮定できるんです. では, 偏差値が 60 以上である確率 $P(X \geq 60)$ を求めてみましょう. この確率を求めるイメージは下図の通りでした.



正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

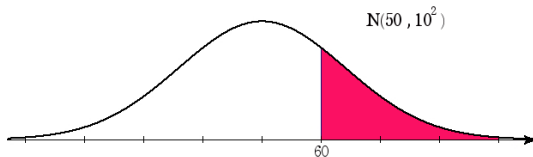
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$P(X \geq 60) =$$

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

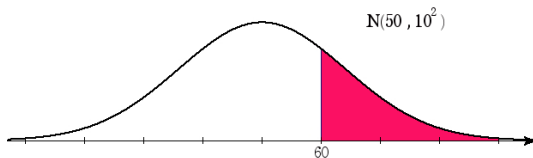
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$P(X \geq 60) = \int_{60}^{\infty} \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{200}} dx$$

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

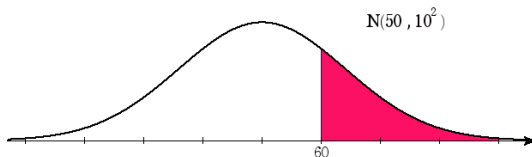
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$P(X \geq 60) = \int_{60}^{\infty} \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{200}} dx$$

memo

この積分を計算する高校生はいないと思います. 計算機を使いましょう. 計算機がない場合は次回説明する標準正規分布を利用する方法があります

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$P(X \geq 60) = \int_{60}^{\infty} \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{200}} dx \doteq 0.159$$

memo

この積分を計算する高校生はいないと思います. 計算機を使いましょう. 計算機がない場合は次回説明する標準正規分布を利用する方法があります

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

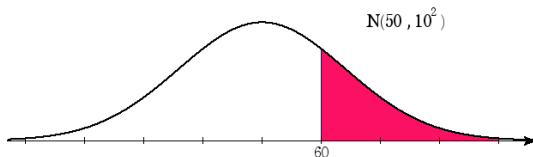
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$P(X \geq 60) = \int_{60}^{\infty} \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{200}} dx \doteq 0.159$$

memo

この積分を計算する高校生はいないと思います. 計算機を使いましょう. 計算機がない場合は次回説明する標準正規分布を利用する方法があります

偏差値が 60 以上となる確率は 15.9% と求められました.

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

偏差値が 60 以上となる確率は 15.9% と求められました.

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

偏差値が 60 以上となる確率は 15.9% と求められました.

memo

もし, 受験者数が 100000 人いたとしたら, 偏差値が 60 以上の受験者は何人いるでしょうか.

正規分布の確率を求めよう (p27)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

偏差値が 60 以上となる確率は 15.9% と求められました.

memo

もし, 受験者数が 100000 人いたとしたら, 偏差値が 60 以上の受験者は何人いるでしょうか.

全体の 15.9 % つまり,

$$100000 \times 0.159 = 15900$$

約 15900 人いることがわかります. 偏差値と総受験人数を聞いただけで, 「あなたは上位何番以内でしょ?」なんて言い当てる人がいれば, 上記のような計算をしている人ですね.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を計算機を使って求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を計算機を使って求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

【解答】

$$(1) 0.9332 \quad (2) 0.9772 \quad (3) 0.5328$$

正規分布の復習 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

前回までは正規分布の確率計算は計算機を使っていました. 今回は計算機を用いない方法を学びます. まずは次の確率を考えます. 面積のイメージがもてますか.

例題

- (1) 確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.
- (2) 確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.
- (3) 確率変数 X が $N(10, 10^2)$ に従うとき, $P(10 < X < 20)$ を求めなさい.

memo

p27 の図を参考にしましょう.

正規分布の復習 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

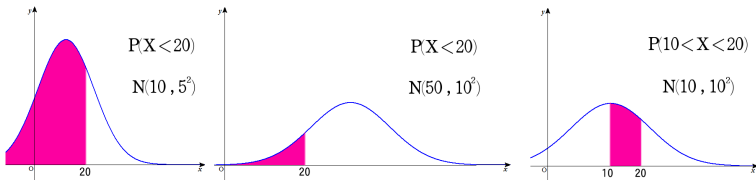
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

【解答】

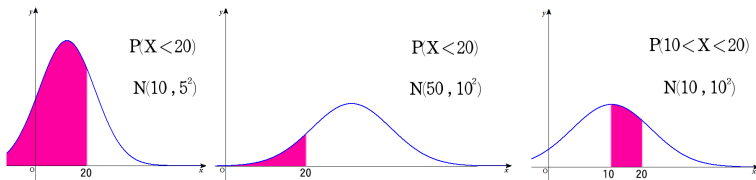


正規分布の復習 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

【解答】



memo

正規分布の平均や標準偏差が異なれば、その都度、考えるグラフも異なることに注目。計算式も毎回異なります。同じような計算で統一できればうれしいですね。

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

標準正規分布へ (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

確率変数 X が平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従っているとします. この X をなんらかの規則で変換して, 平均 0, 標準偏差 1 の正規分布に従うようにしたい.

標準化

確率変数 X が $N(\mu, \sigma^2)$ の正規分布に従うとき,

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

と変数変換すると, Z は 平均 0, 標準偏差 1 の正規分布 $N(0, 1^2)$ に従います.

標準正規分布へ (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率変数 X が平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従っているとします. この X をなんらかの規則で変換して, 平均 0, 標準偏差 1 の正規分布に従うようにしたい.

標準化

確率変数 X が $N(\mu, \sigma^2)$ の正規分布に従うとき,

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

と変数変換すると, Z は 平均 0, 標準偏差 1 の正規分布 $N(0, 1^2)$ に従います.

標準正規分布の定義

平均 0, 標準偏差 1 の正規分布を, 特に**標準正規分布**という.

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (1) を計算してみましょう.

例題 (1)

確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (1) を計算してみましょう.

例題 (1)

確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(10, 5^2)$ に従っています.

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (1) を計算してみましょう.

例題 (1)

確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(10, 5^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 10}{5}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (1) を計算してみましょう.

例題 (1)

確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(10, 5^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 10}{5}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.
 $P(X < 20)$ を求めます. 「 X が 20 より小さい確率」は, Z で表現すると,

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (1) を計算してみましょう.

例題 (1)

確率変数 X が $N(10, 5^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(10, 5^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 10}{5}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.
 $P(X < 20)$ を求めます. 「 X が 20 より小さい確率」は, Z で表現すると, $z = \frac{20 - 10}{5} = 2$ より, 「 Z は 2 より小さい確率」となります. 以下 $P(Z < 2)$ を求めます.

標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

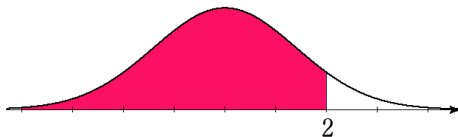
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < 2)$ は下の色つき部分の面積をあらわしています.



標準正規分布 (p28)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

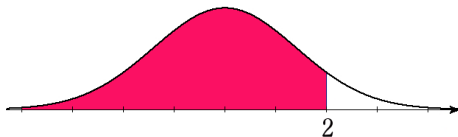
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < 2)$ は下の色つき部分の面積をあらわしています.



一応, 立式しておきましょう.

$$P(Z < 2) = \int_{-\infty}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2} dx$$

標準正規分布の確率計算は, 計算機がなくても巻末にある **標準正規分表** を用いることで求められます.

標準正規分布の使い方

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

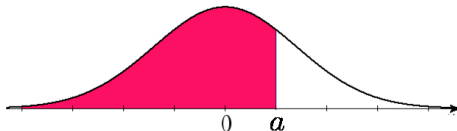
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < a)$ となる確率を, $\Phi(a)$ とあらわします. イメージは下の通りです.

$$P(Z < a) = \Phi(a)$$



標準正規分布の使い方

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

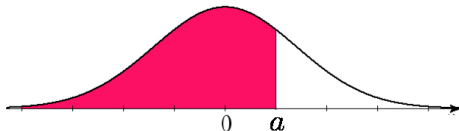
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < a)$ となる確率を, $\Phi(a)$ とあらわします. イメージは下の通りです.

$$P(Z < a) = \Phi(a)$$



表は $\Phi(a)$ と計算結果の対応表です. $a = 2.00$ の値を読むことで, $P(Z < 2)$ の値が得られます.

$$P(Z < 2) =$$

標準正規分布の使い方

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

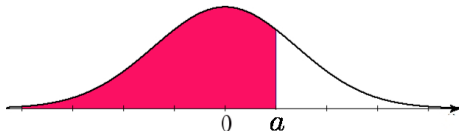
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < a)$ となる確率を, $\Phi(a)$ とあらわします. イメージは下の通りです.

$$P(Z < a) = \Phi(a)$$



表は $\Phi(a)$ と計算結果の対応表です. $a = 2.00$ の値を読むことで, $P(Z < 2)$ の値が得られます.

$$P(Z < 2) = 0.9772$$

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (2) を計算してみましょう.

例題 (2)

確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(50, 10^2)$ に従っています.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (2) を計算してみましょう.

例題 (2)

確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(50, 10^2)$ に従っています.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (2) を計算してみましょう.

例題 (2)

確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(50, 10^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 50}{10}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (2) を計算してみましょう.

例題 (2)

確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(50, 10^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 50}{10}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.
 $P(X < 20)$ を求めます. 「 X が 20 より小さい確率」は, Z で表現すると,

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (2) を計算してみましょう.

例題 (2)

確率変数 X が $N(50, 10^2)$ に従うとき, $P(X < 20)$ を求めなさい.

【解説】

確率変数 X は $N(50, 10^2)$ に従っています.

$$z = \frac{x - 50}{10}$$

という変換で, 変換後の確率変数 Z は $N(0, 1^2)$ に従います.
 $P(X < 20)$ を求めます. 「 X が 20 より小さい確率」は, Z で表現すると, $z = \frac{20 - 50}{10} = -3$ より, 「 Z は -3 より小さい確率」となります. 以下 $P(Z < -3)$ を求めます.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

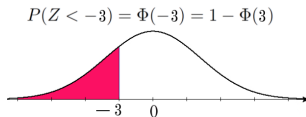
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < -3)$ は下の色つき部分の面積をあらわしています.



ただ, $a = -3$ の値が表になくて困ります.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

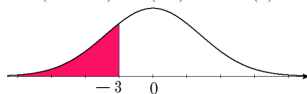
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(Z < -3)$ は下の色つき部分の面積をあらわしています.

$$P(Z < -3) = \Phi(-3) = 1 - \Phi(3)$$



ただ, $a = -3$ の値が表になくて困ります. このようなときは, つぎのように考えます.



標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

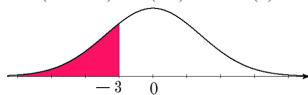
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

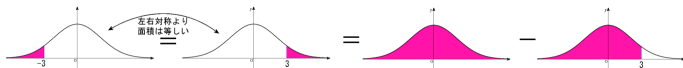
母平均の仮説
検定

$P(Z < -3)$ は下の色つき部分の面積をあらわしています.

$$P(Z < -3) = \Phi(-3) = 1 - \Phi(3)$$



ただ, $a = -3$ の値が表になくて困ります. このようなときは, つぎのように考えます.



よって,

$$P(Z < -3) = 1 - \Phi(3) \doteq 1 - 0.9987 = 0.0013$$

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題の (3) を計算してみましょう.

例題 (3)

確率変数 X が $N(10, 10^2)$ に従うとき, $P(10 < X < 20)$ を求めなさい.

まずは変数を変換です.

$$z = \frac{x - 10}{10}$$

とおくと, 確率変数 Z は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従います.
また, 確率変数 X が $10 < X < 20$ となる確率
 $P(10 < X < 20)$ は,

$$z = \frac{10 - 10}{10} = 0, \quad z = \frac{20 - 10}{10} = 1$$

より, 確率変数 Z が $0 < Z < 1$ となる確率 $P(0 < Z < 1)$ と同じです. 以下, これを求めます.

標準正規分表の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率 $P(0 < Z < 1)$ は次のように考えます.

標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率 $P(0 < Z < 1)$ は次のように考えます.



標準正規分布の使い方 (p29)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

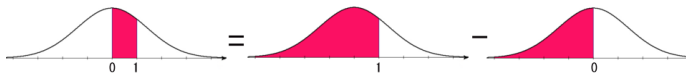
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確率 $P(0 < Z < 1)$ は次のように考えます.



$$\begin{aligned} P(0 < Z < 1) &= P(Z < 1) - P(Z < 0) \\ &= \Phi(1) - \Phi(0) \\ &\doteq 0.8413 - 0.5 \\ &= 0.3413 \end{aligned}$$

よって, $P(10 < X < 20) = 0.3413$ とわかります.

問題演習

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある資格試験の受験者 10000 人の得点は, 平均 60 点, 標準偏差 10 点の正規分布に従う. 合格点は 55 点であるとき,

- (1) この試験に合格した受験者の概数を求めよ.
- (2) 上位 10% を成績優秀者として表彰するならば, この人たちの得点はおよそ何点以上か.

問題演習

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

問題

ある資格試験の受験者 10000 人の得点は, 平均 60 点, 標準偏差 10 点の正規分布に従う. 合格点は 55 点であるとき,

- (1) この試験に合格した受験者の概数を求めよ.
- (2) 上位 10% を成績優秀者として表彰するならば, この人たちの得点はおよそ何点以上か.

【考え方】

- 確率変数を決めましょう.
- 合格者の割合, つまり 55 点以上をとる確率を求めましょう.

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

受験者の得点を確率変数 X とします. $X \sim N(60, 10^2)$ であるときの, 55 点以上とった受験者の割合 $P(X \geq 55)$ を計算する.

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

受験者の得点を確率変数 X とします. $X \sim N(60, 10^2)$ であるときの, 55 点以上とった受験者の割合 $P(X \geq 55)$ を計算する. 標準化して, 標準正規分布で計算しましょう.

$$Z = \frac{X - 60}{10}$$

と変数変換すると, $Z \sim N(0, 1^2)$ です.

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

受験者の得点を確率変数 X とします. $X \sim N(60, 10^2)$ であるときの, 55 点以上とった受験者の割合 $P(X \geq 55)$ を計算する. 標準化して, 標準正規分布で計算しましょう.

$$Z = \frac{X - 60}{10}$$

と変数変換すると, $Z \sim N(0, 1^2)$ です.

$$z = \frac{55 - 60}{10} = -0.5$$

より, $P(Z \geq -0.5)$ の値を求めます.

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(Z \geq -0.5)$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(Z \geq -0.5) = 1 - P(Z \leq -0.5)$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\ &= 1 - \Phi(-0.5)\end{aligned}$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\&= 1 - \Phi(-0.5) \\&= 1 - (1 - \Phi(0.5))\end{aligned}$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\&= 1 - \Phi(-0.5) \\&= 1 - (1 - \Phi(0.5)) \\&= \Phi(0.5)\end{aligned}$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\&= 1 - \Phi(-0.5) \\&= 1 - (1 - \Phi(0.5)) \\&= \Phi(0.5) \\&\doteq 0.6915\end{aligned}$$

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\&= 1 - \Phi(-0.5) \\&= 1 - (1 - \Phi(0.5)) \\&= \Phi(0.5) \\&\doteq 0.6915\end{aligned}$$

よって, $P(X \geq 55) = 0.6915$ とわかりました. 55 点以上得点
を取った受験者は全体の 69.15% といえますから,

問題演習 (1)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(Z \geq -0.5) &= 1 - P(Z \leq -0.5) \\&= 1 - \Phi(-0.5) \\&= 1 - (1 - \Phi(0.5)) \\&= \Phi(0.5) \\&\doteq 0.6915\end{aligned}$$

よって, $P(X \geq 55) = 0.6915$ とわかりました. 55 点以上得点
を取った受験者は全体の 69.15% といえますから,

$$10000 \times 0.6915 = 6915$$

この資格試験の合格者数は約 6915 人とわかります.

問題演習 (2)

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます.

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題演習 (2)

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

$$1 - P(X < c) = 0.1$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

$$1 - P(X < c) = 0.1$$

$$1 - P\left(Z < \frac{c - 60}{10}\right) = 0.1$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

$$1 - P(X < c) = 0.1$$

$$1 - P\left(Z < \frac{c - 60}{10}\right) = 0.1$$

$$P\left(Z < \frac{c - 60}{10}\right) = 0.9$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

c 点以上とった受験者を成績優秀者と考えます. その割合は全体の 10% ですから, 「 c 点以上の点を取る確率は 0.1 である」といえます.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

上式を満たすような c の値を求める.

$$P(X \geq c) = 0.1$$

$$1 - P(X < c) = 0.1$$

$$1 - P\left(Z < \frac{c - 60}{10}\right) = 0.1$$

$$P\left(Z < \frac{c - 60}{10}\right) = 0.9$$

$$\Phi\left(\frac{c - 60}{10}\right) = 0.9$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

標準正規分布表から、確率が 0.9 に近い値になる a を探すと、

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

標準正規分布表から、確率が 0.9 に近い値になる a を探すと、
 $a = 1.28$ とわかります。よって、

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

標準正規分布表から、確率が 0.9 に近い値になる a を探すと、
 $a = 1.28$ とわかります。よって、

$$\frac{c - 60}{10} = 1.28$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

標準正規分布表から、確率が 0.9 に近い値になる a を探すと、
 $a = 1.28$ とわかります。よって、

$$\frac{c - 60}{10} = 1.28$$

$$c - 60 = 12.8$$

問題演習 (2)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

標準正規分布表から、確率が 0.9 に近い値になる a を探すと、
 $a = 1.28$ とわかります。よって、

$$\frac{c - 60}{10} = 1.28$$

$$c - 60 = 12.8$$

$$c = 72.8$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

(1)(2) だけやってみましょう.

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X < 23) = P\left(Z < \frac{23 - 20}{2}\right)$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$\begin{aligned} P(X < 23) &= P\left(Z < \frac{23 - 20}{2}\right) \\ &= P(Z < 1.5) \end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき、次の値を求めよ.

$$(1) P(X < 23) \quad (2) P(X > 16) \quad (3) P(19 < X < 22)$$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$\begin{aligned} P(X < 23) &= P\left(Z < \frac{23 - 20}{2}\right) \\ &= P(Z < 1.5) \\ &= \Phi(1.5) \\ &= 0.9332 \end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (2) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X > 16) =$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (2) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X > 16) = P\left(Z > \frac{16 - 20}{2}\right)$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (2) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$\begin{aligned} P(X > 16) &= P\left(Z > \frac{16 - 20}{2}\right) \\ &= P(Z > -2) \end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (2) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$\begin{aligned} P(X > 16) &= P\left(Z > \frac{16 - 20}{2}\right) \\ &= P(Z > -2) \\ &= P(Z < 2) \end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(20, 2^2)$ のとき, 次の値を求めよ.

(1) $P(X < 23)$ (2) $P(X > 16)$ (3) $P(19 < X < 22)$

(1)(2) だけやってみましょう.

【解答】 (2) $Z = \frac{X - 20}{2}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$\begin{aligned} P(X > 16) &= P\left(Z > \frac{16 - 20}{2}\right) \\ &= P(Z > -2) \\ &= P(Z < 2) \\ &= \Phi(2) \\ &= 0.9772 \end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき, 次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき, 次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 10}{4}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき, 次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 10}{4}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X < c) = 0.9$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき、次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 10}{4}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X < c) = 0.9$$

$$P\left(Z < \frac{c - 10}{4}\right) = 0.9$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき、次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 10}{4}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X < c) = 0.9$$

$$P\left(Z < \frac{c - 10}{4}\right) = 0.9$$

$$\Phi\left(\frac{c - 10}{4}\right) = 0.9$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

$X \sim N(10, 4^2)$ であるとき、次の関係式を満たす定数 c の値を求めよ.

$$(1) P(X < c) = 0.9 \quad (2) P(X > c) = 0.2$$

(1) だけやってみましょう.

【解答】 (1) $Z = \frac{X - 10}{4}$ とおく.

標準正規分布に従うように変数変換

$$P(X < c) = 0.9$$

$$P\left(Z < \frac{c - 10}{4}\right) = 0.9$$

$$\Phi\left(\frac{c - 10}{4}\right) = 0.9$$

$$\frac{c - 10}{4} = 1.28$$

$$c = 15.12$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある部品工場で作る部品の長さは、平均が 1cm , 標準偏差が 0.05 cm の正規分布に従う。長さが 1.1 cm 以上または, 0.9 cm 以下の部品は不良品とみなされる。このとき, この工場で不良品が発生する確率を求めよ。

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある部品工場で作る部品の長さは、平均が 1cm , 標準偏差が 0.05 cm の正規分布に従う。長さが 1.1 cm 以上または, 0.9 cm 以下の部品は不良品とみなされる。このとき, この工場で不良品が発生する確率を求めよ。

【解答】

工場で作られた部品の長さを X とする。 **確率変数を決める**

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある部品工場で作る部品の長さは、平均が 1cm , 標準偏差が 0.05 cm の正規分布に従う。長さが 1.1 cm 以上または, 0.9 cm 以下の部品は不良品とみなされる。このとき, この工場で不良品が発生する確率を求めよ。

【解答】

工場で作られた部品の長さを X とする。確率変数を決める
 $X \sim N(1, 0.05^2)$ である。 X が従う分布を確認

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある部品工場で作る部品の長さは、平均が 1cm , 標準偏差が 0.05 cm の正規分布に従う。長さが 1.1 cm 以上または, 0.9 cm 以下の部品は不良品とみなされる。このとき, この工場での不良品が発生する確率を求めよ。

【解答】

工場で作られた部品の長さを X とする。確率変数を決める
 $X \sim N(1, 0.05^2)$ である。 X が従う分布を確認
求める確率は $P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1)$ である。

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある部品工場で作る部品の長さは、平均が 1cm , 標準偏差が 0.05 cm の正規分布に従う。長さが 1.1 cm 以上または, 0.9 cm 以下の部品は不良品とみなされる。このとき, この工場での不良品が発生する確率を求めよ。

【解答】

工場で作られた部品の長さを X とする。確率変数を決める

$X \sim N(1, 0.05^2)$ である。 X が従う分布を確認

求める確率は $P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1)$ である。

$Z = \frac{X - 1}{0.05}$ とおくと, $Z \sim N(0, 1)$ である。表を使いたいのので, 標準化する。

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1) = P\left(Z \leq \frac{0.9 - 1}{0.05}\right) + P\left(Z \geq \frac{1.1 - 1}{0.05}\right)$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1) &= P\left(Z \leq \frac{0.9 - 1}{0.05}\right) + P\left(Z \geq \frac{1.1 - 1}{0.05}\right) \\&= P(Z \leq -2) + P(Z \geq 2)\end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1) &= P\left(Z \leq \frac{0.9 - 1}{0.05}\right) + P\left(Z \geq \frac{1.1 - 1}{0.05}\right) \\&= P(Z \leq -2) + P(Z \geq 2) \\&= 2(1 - P(Z \leq 2))\end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1) &= P\left(Z \leq \frac{0.9 - 1}{0.05}\right) + P\left(Z \geq \frac{1.1 - 1}{0.05}\right) \\&= P(Z \leq -2) + P(Z \geq 2) \\&= 2(1 - P(Z \leq 2)) \\&= 2(1 - \Phi(2))\end{aligned}$$

前回の復習 (p31)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \leq 0.9) + P(X \geq 1.1) &= P\left(Z \leq \frac{0.9 - 1}{0.05}\right) + P\left(Z \geq \frac{1.1 - 1}{0.05}\right) \\&= P(Z \leq -2) + P(Z \geq 2) \\&= 2(1 - P(Z \leq 2)) \\&= 2(1 - \Phi(2)) \\&= 2(1 - 0.9772) \\&= 0.0456\end{aligned}$$

二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

離散型の確率分布で、二項分布 $B(n, p)$ の n がとても大きく、 p がとても小さいときは、ポアソン分布を考えましょうと話をしていました。

今回は二項分布の n がある程度以上大きいと、**二項分布は正規分布で近似できる** ことを見ましょう。計算機がない場面では、二項分布の確率を手計算するより、標準正規分布表から近似値を求める方が現実的です。また、正規分布で近似することで、後述する推定や仮説検定に持ち込めます。その意味で二項分布を正規分布で近似することは重要です。

二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布 $B(n, p)$ の p は一定にして, n の値を大きくしていきます. 二項分布のグラフがどんどん正規分布のグラフの形状に近づいていく様子を確認してください.



二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布 $B(n, p)$ の p は一定にして, n の値を大きくしていきます. 二項分布のグラフがどんどん正規分布のグラフの形状に近づいていく様子を確認してください.



正規分布は横軸が平均のとき, 最大値をとりました. 二項分布の平均は np でしたので, 例えば一番左の $B(10, 0.3)$ のグラフなら, 平均 $10 \times 0.3 = 3$ のところで, 最大になってるなあとも見ておいてください.

二項分布 $B(n, p)$ の平均は np , 標準偏差は $\sqrt{np(1-p)}$ だったことを思い出して, 次にまとめます.

二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

二項分布の正規近似

$$X \sim B(n, p) \text{ かつ, } n \text{ の値が大きい} \implies X \sim N(np, np(1-p))$$

n の値が大きければ, 二項分布の計算は正規分布で計算したものと, だいたい同じ値だということです. およそ n の値が 20 を超えたくらいからよい近似になります.

二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

グラフだけでは、頼りないので実際の値で見ておきましょう。
数値でも二項分布の値が正規分布に近づいていく様子を見て
ください。

n が **10** のとき

X	0	1	2	3	4	5
二項分布	0.0282	0.1211	0.2335	0.2668	0.2001	0.1029
正規分布	0.0323	0.1062	0.2170	0.2753	0.2170	0.1062

n が **20** のとき

X	4	5	6	7	8	9
二項分布	0.1304	0.1789	0.1916	0.1643	0.1144	0.0654
正規分布	0.1209	0.1728	0.1947	0.1728	0.1209	0.0667

二項分布の正規近似 (p32)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

グラフだけでは、頼りないので実際の値で見ておきましょう。
数値でも二項分布の値が正規分布に近づいていく様子を見て
ください。

n が **30** のとき

X	3	7	9	13	15	18
二項分布	0.0072	0.1219	0.1573	0.0444	0.0106	0.0005
正規分布	0.0091	0.1157	0.1589	0.0446	0.0091	0.0003

n が **200** のとき

X	50	55	60	65	70	75
二項分布	0.0190	0.0466	0.0615	0.0449	0.0186	0.0045
正規分布	0.0187	0.0457	0.0616	0.0457	0.0187	0.0042

問題 (p33)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある飛行機は 500 人乗りであるが, 535 人の予約を受けている. 予約がキャンセルされる確率を 10% とする. 当日オーバーブッキング (飛行機に乗るために空港に実際に来た客の数が乗客定員をこえること) が起こる確率を求めよ.

問題 (p33)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

問題

ある飛行機は 500 人乗りであるが, 535 人の予約を受けている. 予約がキャンセルされる確率を 10% とする. 当日オーバーブッキング (飛行機に乗るために空港に実際に来た客の数が乗客定員をこえること) が起こる確率を求めよ.

【解説】

当日空港に現れる客の数を確率変数 X とします.

問題 (p33)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある飛行機は 500 人乗りであるが, 535 人の予約を受けている. 予約がキャンセルされる確率を 10% とする. 当日オーバーブッキング (飛行機に乗るために空港に実際に来た客の数が乗客定員をこえること) が起こる確率を求めよ.

【解説】

当日空港に現れる客の数を確率変数 X とします. X は二項分布 $B(535, 0.9)$ に従います. つまり, $X \sim B(535, 0.9)$ です.

問題 (p33)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

問題

ある飛行機は 500 人乗りであるが, 535 人の予約を受けている. 予約がキャンセルされる確率を 10% とする. 当日オーバーブッキング (飛行機に乗るために空港に実際に来た客の数が乗客定員をこえること) が起こる確率を求めよ.

【解説】

当日空港に現れる客の数を確率変数 X とします. X は二項分布 $B(535, 0.9)$ に従います. つまり, $X \sim B(535, 0.9)$ です. 当日空港に来る客が 500 を超える確率を求めます. $P(X \geq 501)$ です

問題 (p33)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある飛行機は 500 人乗りであるが, 535 人の予約を受けている. 予約がキャンセルされる確率を 10% とする. 当日オーバーブッキング (飛行機に乗るために空港に実際に来た客の数が乗客定員をこえること) が起こる確率を求めよ.

【解説】

当日空港に現れる客の数を確率変数 X とします. X は二項分布 $B(535, 0.9)$ に従います. つまり, $X \sim B(535, 0.9)$ です. 当日空港に来る客が 500 を超える確率を求めます. $P(X \geq 501)$ です $X \sim B(535, 0.9)$ ですから, X は 平均 $535 \times 0.9 = 481.5$, 標準偏差 $\sqrt{535 \times 0.9 \times 0.1} \doteq 6.94$ の正規分布に従うとしてよいでしょう. つまり, $X \sim N(481.5, 6.94^2)$ という正規分布で考えればよいわけです.

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(X \geq 501) =$$

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$P(X \geq 501) = P\left(Z \geq \frac{501 - 481.5}{6.94}\right)$$

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned} P(X \geq 501) &= P\left(Z \geq \frac{501 - 481.5}{6.94}\right) \\ &= P(Z \geq 2.81) \end{aligned}$$

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \geq 501) &= P\left(Z \geq \frac{501 - 481.5}{6.94}\right) \\&= P(Z \geq 2.81) \\&= 1 - P(Z \leq 2.81)\end{aligned}$$

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \geq 501) &= P\left(Z \geq \frac{501 - 481.5}{6.94}\right) \\&= P(Z \geq 2.81) \\&= 1 - P(Z \leq 2.81) \\&= 1 - 0.9975 \\&= 0.0025\end{aligned}$$

問題 (p34)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \geq 501) &= P\left(Z \geq \frac{501 - 481.5}{6.94}\right) \\&= P(Z \geq 2.81) \\&= 1 - P(Z \leq 2.81) \\&= 1 - 0.9975 \\&= 0.0025\end{aligned}$$

二項分布で直接計算した値は 0.0019 です. 誤差は 0.0006 です
ね. 二項分布が正規分布で近似できていることが直観的にわ
かったでしょうか. 計算自体は計算機を使えば, 上の手法は必
要ありませんが, 内容は今後必要になってきますので, 二項分
布を正規分布で近似できることは覚えておいてください. とい
うことで, オーバーブッキングが起こる確率は 0.19%, もしく
は 0.25% となりました. 35 名は定員を超えて予約を受けても
問題なさそうですね.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある試験の得点分布は正規分布に従う. この試験の受験者の 60%が 50 点以上で, 20%は 80 点以上であった. この得点分の期待値と標準偏差を求めよ.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある試験の得点分布は正規分布に従う. この試験の受験者の 60%が 50 点以上で, 20%は 80 点以上であった. この得点分の期待値と標準偏差を求めよ.

【解答】

得点を確率変数 X とおく. X は平均 μ , 標準偏差 σ^2 の正規分布に従うとする. 問題文より, 次のように書ける.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある試験の得点分布は正規分布に従う。この試験の受験者の60%が50点以上で、20%は80点以上であった。この得点分の期待値と標準偏差を求めよ。

【解答】

得点を確率変数 X とおく。 X は平均 μ , 標準偏差 σ^2 の正規分布に従うとする。問題文より、次のように書ける。

$$P(X \geq 50) = 0.6, \quad P(X \geq 80) = 0.2$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ とおくと, } Z \sim N(0, 1) \text{ である.}$$

(標準正規分布表が使えるように、標準化する.)

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ P\left(Z \geq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2 \end{cases}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ P\left(Z \geq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi\left(-\frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ \Phi\left(\frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.8 \end{cases}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ P\left(Z \geq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi\left(-\frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ \Phi\left(\frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.8 \end{cases}$$

標準正規分布表から,
0.6, 0.2 になる値 z を探す.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ P\left(Z \geq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi\left(-\frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ \Phi\left(-\frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.8 \end{cases}$$

標準正規分布表から,
0.6, 0.2 になる値 z を探す.

$$\begin{cases} -\frac{50 - \mu}{\sigma} = 0.25 \\ -\frac{80 - \mu}{\sigma} = 0.84 \end{cases}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{cases} P(X \geq 50) = 0.6 \\ P(X \geq 80) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P\left(Z \geq \frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ P\left(Z \geq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi\left(-\frac{50 - \mu}{\sigma}\right) = 0.6 \\ \Phi\left(-\frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0.8 \end{cases}$$

標準正規分布表から,
0.6, 0.2 になる値 z を探す.

$$\begin{cases} -\frac{50 - \mu}{\sigma} = 0.25 \\ \frac{80 - \mu}{\sigma} = 0.84 \end{cases}$$

これを解いて,

$$\mu = 56.9, \quad \sigma = 27.5$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある集団では 10 人のうち 1 人は血液型が AB 型である。その集団から集めた 100 人の血液提供者の中で、血液型が AB 型である人が 15 人以上いる確率を二項分布の正規近似を用いて求めよ。また、AB 型である人が 50 人以上である確率を 80% 以上にするには、何人以上の血液提供者が必要か。

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

練習問題

ある集団では 10 人のうち 1 人は血液型が AB 型である. その集団から集めた 100 人の血液提供者の中で, 血液型が AB 型である人が 15 人以上いる確率を二項分布の正規近似を用いて求めよ. また, AB 型である人が 50 人以上である確率を 80%以上にするには, 何人以上の血液提供者が必要か.

【解答】

血液提供者の中の AB 型の人数を X とおく. また, $X \sim B(100, 0.1)$ であるが, 正規分布で近似すると, $X \sim N(10, 3^2)$ である. まず, $P(X \geq 15)$ を求める.

$$Z = \frac{X - 10}{3} \text{ とおくと, } Z \sim N(0, 1) \text{ である.}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$\begin{aligned}P(X \geq 15) &= P\left(Z \geq \frac{15 - 10}{3}\right) \\&= P(Z \geq 1.67) \\&= 1 - P(Z < 1.67) \\&= 1 - 0.9525 \\&= 0.0475\end{aligned}$$

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

次に, AB 型である人が 50 人以上である確率を 80%以上にするには, 何人以上の血液提供者が必要か考える. ある集団から n 人の血液提供者があつて, その中で血液型が AB 型である人が 50 人以上である確率を求めればよい.

このとき, $X \sim B(n, 0.1)$ であるが, 正規分布で近似すると, $X \sim N(0.1n, 0.09n)$ である. このとき, 次の式を満たす n を求める.

今回は計算機をうまく使
いましょう.

練習問題

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

次に、AB 型である人が 50 人以上である確率を 80%以上にするには、何人以上の血液提供者が必要か考える。ある集団から n 人の血液提供者があつて、その中で血液型が AB 型である人が 50 人以上である確率を求めればよい。

このとき、 $X \sim B(n, 0.1)$ であるが、正規分布で近似すると、 $X \sim N(0.1n, 0.09n)$ である。このとき、次の式を満たす n を求める。

今回は計算機をうまく使
いましょう。

$$P(X \geq 50) \geq 0.8$$

$$P\left(Z \geq \frac{50 - 0.1n}{\sqrt{0.09n}}\right) \geq 0.8$$

$$\Phi\left(\frac{50 - 0.1n}{\sqrt{0.09n}}\right) \geq 0.8$$

$$\Phi\left(-\frac{50 - 0.1n}{\sqrt{0.09n}}\right) \geq 0.8$$

$$-\frac{50 - 0.1n}{\sqrt{0.09n}} = 0.84$$

$$n = 559.614 \quad \therefore 560 \text{ 人以上}$$

推定って何？(p39)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

お米の収穫時期に近くの田んぼから、稲穂を 10 本ほどいただいてきたとします。1 本の稲穂にはだいたい何粒のお米がついているのか疑問に思ったので調べようとしているのです。せっせと 1 本ずつ数えると、

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

という結果になりました。平均を計算すると 78 になりました。さて、稲穂は平均 78 粒の米をつけると言ってよいでしょうか。

推定って何？(p39)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

お米の収穫時期に近くの田んぼから、稲穂を 10 本ほどいただ
いてきたとします. 1 本の稲穂にはだいたい何粒のお米がつい
ているのか疑問に思ったので調べようとしているのです. せっ
せと 1 本ずつ数えると,

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

という結果になりました. 平均を計算すると 78 になりました.
さて, 稲穂は平均 78 粒の米をつけると言ってよいでしょうか.

memo

この主張にはたくさん指摘すべきところがあります. 何を指摘
しますか.

推定って何？(p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

- たった 10 個のサンプルから、平均値がわかるのか.
- 品種による差は考慮しないのか.
- 収穫する年による差はないのか. など.

このような、指摘を受けないためにも、

「今年収穫された品種 A の米は稲穂 1 本あたり 78 粒の実をつける」

と主張することにしましょう. ですが、この主張は妥当でしょうか.

推定って何？(p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

品種 A の稲穂すべての数を調べることができれば、正確な平均値を得ることはできますが、時間、手間を考えると現実的ではありません。この例のように、**品種 A の稲穂の何本かを調べることによって、本来得るはずであろう平均値に近い数を得たい**と思うのが自然ですよね。おおざっぱですが、この章では幾つかのデータから、元のデータ集団の平均等の値を調べることを学習します。

用語の説明 (p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

品種 A の稲穂 1 本あたりの米粒の数をすべて集めたデータがあるとしましょう. このような調べたい対象の全てのデータの集まりを **母集団 (population)** と言います. 近所の田んぼからいただいた 10 本の稲穂のような母集団から抽出した幾つかのデータを **標本 (sample)** と言います. 今の例では標本の平均 (**標本平均**) から母集団の平均 (**母平均**) を調べようとしていたのですね. また, 母集団の平均や分散, 標準偏差など, 母集団を特徴づける値をまとめて **母数 (parameter)** と言います.

用語の説明 (p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

品種 A の稲穂 1 本あたりの米粒の数をすべて集めたデータがあるとしましょう。このような調べたい対象の全てのデータの集まりを **母集団 (population)** と言います。近所の田んぼからいただいた 10 本の稲穂のような母集団から抽出した幾つかのデータを **標本 (sample)** と言います。今の例では標本の平均 (**標本平均**) から母集団の平均 (**母平均**) を調べようとしていたのですね。また、母集団の平均や分散、標準偏差など、母集団を特徴づける値をまとめて **母数 (parameter)** と言います。

標本から母数を調べることを推定といい、これには **点推定** と **区間推定** の 2 種類あります。点推定は、標本から 1 つの値で母数を表します。区間推定は、「ここからここまでの値の間に母数がありますよ。ただし、何% の確率で間違っているかもしれない。」のように、母数を範囲で示して、その確からしさを確率で保証します。

用語の説明 (p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

説明のために記号を導入しておきます. 母集団の平均と標本の平均などもちろん区別するのですが, 混乱しないように注意してください.

- 母集団の平均
(母平均) を μ
- 母集団の標準偏差
(母標準偏差) を σ
- 母集団の分散
(母分散) を σ^2

- 標本の平均
(標本平均) を $\bar{x}$
- 標本の標準偏差
(標本標準偏差) を s
- 標本の分散
(標本分散) を s^2

用語の説明 (p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

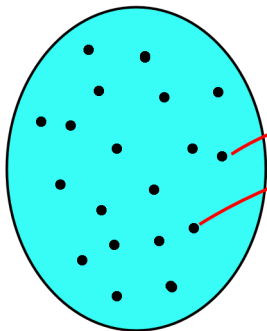
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

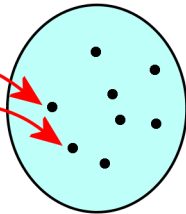
母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母集団



標本



抽出

母
数

母平均 μ
母標準偏差 σ
母分散 σ^2

標本平均 $\bar{x}$
標本標準偏差 s
標本分散 s^2

母平均の点推定 (p40)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。ただし、母標準偏差は 6 とする。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

品種 A の稲穂の 1 本あたりの実の数がすべて記録されているデータの集まりが母集団です。今、この母集団から 1 本の稲穂を取ってきて、その実の数を X_1 としましょう。次に 2 本目の稲穂の実の数を $X_2, \dots$ という感じで 10 本目まで取ってきて、確率変数 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ まで決めます。また、 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ は互いに独立で、同じ確率分布に従うものとします。この確率変数の具体的な値を $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ で表します。今回は、 $x_1 = 75, x_2 = 80, \dots, x_{10} = 78$ です。

母平均の点推定 (p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の推定では, $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ の平均 $\bar{X}$ を μ の **不偏推定量** といい, $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ の平均 $\bar{x}$ を μ の **不偏推定値** といいます. (詳しくは p41 を見てください.)

memo

似たような言葉や記号が並んでややこしいですね. とりあえず, 点推定の流れを見ておきましょう.

点推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。ただし、母標準偏差は 6 とする。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

点推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。ただし、母標準偏差は 6 とする。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

母平均の推定値を求める。

$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + 78 + 82 + 67 + 88 + 70 + 79 + 83 + 78}{10} = 78$$

点推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。ただし、母標準偏差は 6 とする。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

母平均の推定値を求める。

$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + 78 + 82 + 67 + 88 + 70 + 79 + 83 + 78}{10} = 78$$

推定誤差を求める。

$$S.E = \frac{6}{\sqrt{10}} \quad \text{約 } 1.90$$

点推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。ただし、母標準偏差は 6 とする。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

母平均の推定値を求める。

$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + 78 + 82 + 67 + 88 + 70 + 79 + 83 + 78}{10} = 78$$

推定誤差を求める。

$$S.E = \frac{6}{\sqrt{10}} \quad \text{約 } 1.90$$

よって、母平均の推定値は 78 個であり、その推定誤差は 1.90 個程度であるといえる。

母平均の点推定 (詳細)(p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の推定では、一般に標本平均 $\bar{x}$ が用いられます。計算してみましょう。

$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + 78 + 82 + 67 + 88 + 70 + 79 + 83 + 78}{10} = 78$$

母平均 μ は 78 かなと推定するのですが、この推定値がどの程度正確かを見るために、不偏推定値と母平均の差 (推定誤差) を調べます。

母平均の点推定 (詳細)(p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の推定では、一般に標本平均 $\bar{x}$ が用いられます。計算してみましょう。

$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + 78 + 82 + 67 + 88 + 70 + 79 + 83 + 78}{10} = 78$$

母平均 μ は 78 かなと推定するのですが、この推定値がどの程度正確かを見るために、不偏推定値と母平均の差 (推定誤差) を調べます。

memo

計算して出した平均 78 が、本当の平均 (母平均) とどれだけ離れているか (誤差) を調べたいのです。

この誤差は、 $\bar{X}$ の標準偏差を計算することで得ることができます。

母平均の点推定 (詳細)(p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の標準偏差を標準誤差 (**standard error**) と呼びます. 標準誤差はその頭文字をとって, S.E. と表します.

標準誤差 (母平均の推定で母標準偏差が既知の場合)

$$\text{S.E.} = \sqrt{V[\bar{X}]} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

計算過程は p41 を参照してください.

母平均の点推定 (詳細)(p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の標準偏差を標準誤差 (**standard error**) と呼びます. 標準誤差はその頭文字をとって, S.E. と表します.

標準誤差 (母平均の推定で母標準偏差が既知の場合)

$$\text{S.E.} = \sqrt{V[\bar{X}]} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

計算過程は p41 を参照してください.

標準誤差を求めるためには, 母標準偏差か母分散が必要なんです. 今回は母標準偏差 σ が 6 とわかっているので,

母平均の点推定 (詳細)(p41)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の標準偏差を標準誤差 (**standard error**) と呼びます. 標準誤差はその頭文字をとって, S.E. と表します.

標準誤差 (母平均の推定で母標準偏差が既知の場合)

$$\text{S.E.} = \sqrt{V[\bar{X}]} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

計算過程は p41 を参照してください.

標準誤差を求めるためには, 母標準偏差か母分散が必要なんです. 今回は母標準偏差 σ が 6 とわかっているので,

$$\text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{10}} \approx 1.90$$

となります.

例題 (p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、ある機械で作られた管から無作為に選んだ9本の管の口径の測定値 [mm] である。また、この口径の測定値の母標準偏差は0.06であることがわかっている。このデータから、口径平均はいくらと推定できるだろうか。

2.98,	2.92,	3.01,	3.08,	3.07,
3.10,	2.87,	2.99,	3.07	

【解説】

例題 (p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、ある機械で作られた管から無作為に選んだ9本の管の口径の測定値 [mm] である。また、この口径の測定値の母標準偏差は0.06であることがわかっている。このデータから、口径平均はいくらと推定できるだろうか。

2.98, 2.92, 3.01, 3.08, 3.07,
3.10, 2.87, 2.99, 3.07

【解説】 平均の推定値を計算して、推定誤差を求めます。

$$\bar{x} = \frac{2.98 + 2.92 + \cdots + 3.07}{9} = 3.01$$

例題 (p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、ある機械で作られた管から無作為に選んだ9本の管の口径の測定値 [mm] である。また、この口径の測定値の母標準偏差は0.06であることがわかっている。このデータから、口径平均はいくらと推定できるだろうか。

2.98, 2.92, 3.01, 3.08, 3.07,
3.10, 2.87, 2.99, 3.07

【解説】 平均の推定値を計算して、推定誤差を求めます。

$$\bar{x} = \frac{2.98 + 2.92 + \cdots + 3.07}{9} = 3.01$$

$$\text{S.E.} = \frac{0.06}{\sqrt{9}} = 0.02$$

例題 (p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、ある機械で作られた管から無作為に選んだ9本の管の口径の測定値 [mm] である。また、この口径の測定値の母標準偏差は0.06であることがわかっている。このデータから、口径平均はいくらと推定できるだろうか。

2.98, 2.92, 3.01, 3.08, 3.07,
3.10, 2.87, 2.99, 3.07

【解説】 平均の推定値を計算して、推定誤差を求めます。

$$\bar{x} = \frac{2.98 + 2.92 + \cdots + 3.07}{9} = 3.01$$

$$\text{S.E.} = \frac{0.06}{\sqrt{9}} = 0.02$$

よって、管の口径平均の推定値は3.01mmであり、その推定誤差は0.02mm程度であるとわかります。

区間推定って何？(p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の区間推定とは、母平均 μ を 1 つの値で表さずに、「ここからここまでの範囲に真の平均値がありますよ」というように範囲で表します。この範囲のことを **信頼区間** といいます。

区間推定って何？(p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の区間推定とは、母平均 μ を1つの値で表さずに、「ここからここまでの範囲に真の平均値がありますよ」というように範囲で表します。この範囲のことを **信頼区間** といいます。その信頼区間に母平均が含まれるパーセンテージを **信頼度** といいます。通常は、95% になるように、信頼区間を計算します。

区間推定って何？(p42)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の区間推定とは、母平均 μ を1つの値で表さずに、「ここからここまでの範囲に真の平均値がありますよ」というように範囲で表します。この範囲のことを **信頼区間** といいます。その信頼区間に母平均が含まれるパーセンテージを **信頼度** とといいます。通常は、95% になるように、信頼区間を計算します。もう少し噛み砕いて言うと、いくつかのデータ (標本) から、母集団の平均は、ここからここまでの値に入っているだろうと主張するのですが、その主張が正しい確率が 95% になるように、逆に言えば、間違えている確率が 5% になるように、範囲を設定しようということです。もっと、主張を強めたいときは、主張が正しい確率が 99% になるように、範囲を計算するときもあります。もちろん、99% の確率で主張は正しいとするなら、母平均の範囲は大きくなります。範囲を大きくとっておけば、間違える危険性は少なくなりますよね。 **信頼度を 95% にするか 99% にするかは、分析者の判断に委ねられます。**

母平均の区間推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

母平均の区間推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

標本平均を求めます。
$$\bar{x} = \frac{75 + 80 + \cdots + 78}{10} = 78$$

母平均の区間推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

標本平均を求めます。 $\bar{x} = \frac{75 + 80 + \cdots + 78}{10} = 78$

標準誤差を求めます (母標準偏差が既知の場合)。

$$\text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

母平均の区間推定の流れ

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

【解答】

標本平均を求めます。 $\bar{x} = \frac{75 + 80 + \cdots + 78}{10} = 78$

標準誤差を求めます (母標準偏差が既知の場合)。

$$\text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

信頼区間を求めます。

$$78 - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}} < \mu < 78 + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$
$$73.04 < \mu < 82.96$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

母平均の点推定では確率変数の設定をしました.

$X_1, X_2, \dots, X_{10}$ は互いに独立で, 同じ確率分布に従うものとする」と説明していました. 稲穂の例でいうと, ある稲穂の実の数が, 他の稲穂の実の数に影響しないと仮定していたのですね. さらに, 稲穂の実の数が i 個である確率は, どの稲穂も同じであることを仮定しているのです. この確率分布を母集団分布といいます. 今回の区間推定は, 主張の確からしさを確率で保証するので, 母集団の確率分布を考える必要があります.

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題の設定の違いを確認しておきましょう。

点推定

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか。 **ただし、母標準偏差は 6 とする。**

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

問題の設定の違いを確認しておきましょう.

点推定

次のデータは, 今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である. このデータから, 稲穂 1 本あたりの実の数の平均はいくらといえるか. **ただし, 母標準偏差は 6 とする.**

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

- 確率変数 X_i は, 互いに独立で同じ分布に従うと仮定.
- どのような分布までは気にしなかった. 母集団の散らばりの度合いはわかるとうれしい (わからなくても問題なし).

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

区間推定

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

区間推定

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

- 確率変数 X_i は、互いに独立で同じ分布に従うと仮定。
- どのような分布に従うまで気にする。今回は平均 μ , 母標準偏差 8 の正規分布に従うと仮定しています。

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

区間推定

次のデータは、今年収穫された品種 A の稲穂から無作為に選んだ 10 本の稲穂の実の数である。稲穂の実の数は正規分布 $N(\mu, 64)$ に従うものとする。このデータから、稲穂 1 本あたりの実の数の平均 μ の値はいくつといえるか。

75, 80, 78, 82, 67, 88, 70, 79, 83, 78

- 確率変数 X_i は、互いに独立で同じ分布に従うと仮定。
- どのような分布に従うまで気にする。今回は平均 μ , 母標準偏差 8 の正規分布に従うと仮定しています。

memo

分布はどうやってわかるの？と思うでしょう。先行研究や予備実験の結果から分布を調べて、仮定したりします。

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

稲穂の実の数 X の平均を調べるのですが、ランダムに取り出した実の数を調べて、平均はこれくらいと主張するのではなく、ランダムに稲穂をいくつか取り出して、**平均を調べる**ということを何回も繰り返して、その平均の平均がこれくらいと主張するのです。

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

稲穂の実の数 X の平均を調べるのですが、ランダムに取り出した実の数を調べて、平均はこれくらいと主張するのではなく、ランダムに稲穂をいくつか取り出して、**平均を調べる**ということを何回も繰り返して、その平均の平均がこれくらいと主張するのは、

memo

X の平均 $\bar{X}$ の分布を調べて、 $\bar{X}$ の平均について考察するのは、

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

今, X は平均が μ , 標準偏差 8 の正規分布に従うとあるので,

$$X \sim N(\mu, 64)$$

です. $\bar{X}$ はどんな分布に従うのか調べなければなりませんね.
結果からいうと,

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{8}{\sqrt{10}}\right)$$

となるのですが, これを確認しておきます.

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

確認しておきます. テキスト p35 参照.

期待値と分散の公式

X, Y を独立な確率変数とするとき, 次が成立する.

$$1 \quad E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

$$2 \quad E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$3 \quad E[aX + bY + c] = aE[X] + bE[Y] + c$$

$$4 \quad V[X + Y] = V[X] + V[Y]$$

$$5 \quad V[aX + b] = a^2V[X]$$

$$6 \quad V[aX + bY + c] = a^2V[X] + b^2V[Y]$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$E[\bar{X}] =$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$E[\bar{X}] = E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right]$$

=

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$\begin{aligned} E[\bar{X}] &= E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n}E[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$\begin{aligned} E[\bar{X}] &= E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n}E[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n}(E[X_1] + E[X_2] + \cdots E[X_n]) \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$\begin{aligned} E[\bar{X}] &= E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n}E[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n}(E[X_1] + E[X_2] + \cdots E[X_n]) \\ &= \frac{1}{n}(\mu + \mu + \cdots \mu) \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$\begin{aligned} E[\bar{X}] &= E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n}E[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n}(E[X_1] + E[X_2] + \cdots E[X_n]) \\ &= \frac{1}{n}(\mu + \mu + \cdots \mu) \\ &= \frac{1}{n} \cdot n\mu \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の平均は,

$$\begin{aligned} E[\bar{X}] &= E\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n}E[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n}(E[X_1] + E[X_2] + \cdots E[X_n]) \\ &= \frac{1}{n}(\mu + \mu + \cdots \mu) \\ &= \frac{1}{n} \cdot n\mu \\ &= \mu \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$V[\bar{X}] =$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$V[\bar{X}] = V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right]$$

=

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$\begin{aligned} V[\bar{X}] &= V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n^2} V[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$\begin{aligned} V[\bar{X}] &= V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n^2} V[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n^2} (V[X_1] + V[X_2] + \cdots V[X_n]) \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$\begin{aligned} V[\bar{X}] &= V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n^2} V[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n^2} (V[X_1] + V[X_2] + \cdots V[X_n]) \\ &= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots \sigma^2) \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$\begin{aligned} V[\bar{X}] &= V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n^2} V[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n^2} (V[X_1] + V[X_2] + \cdots V[X_n]) \\ &= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots \sigma^2) \\ &= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 \\ &= \end{aligned}$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ の分散は,

$$\begin{aligned} V[\bar{X}] &= V\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right] \\ &= \frac{1}{n^2} V[X_1 + X_2 + \cdots + X_n] \\ &= \frac{1}{n^2} (V[X_1] + V[X_2] + \cdots V[X_n]) \\ &= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \cdots \sigma^2) \\ &= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

今回の $\bar{X}$ の分散は $\frac{64}{10} = 6.4$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

まとめます.

確率変数 X が, 平均 μ , 標準偏差 σ の正規分布に従うとき,
 $\bar{X}$ は平均 μ , 標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布に従うということがわか

りました.

つまり,

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ のとき, } \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

今回は, $X \sim N(\mu, 64)$ なので, $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{64}{10}\right)$ というわけ
です.

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

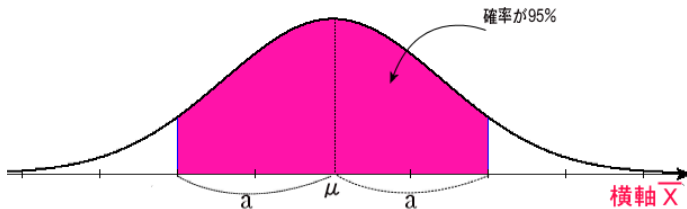
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ のデータを並べたとき, ほとんどは μ 近辺にあることがわかるでしょう. μ から離れた値になることは滅多なことでは起こりません.

母平均 μ の範囲は, μ 中心に前後 $\pm a$ の区間に $\bar{X}$ がある確率が 95% となるようにします.



母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

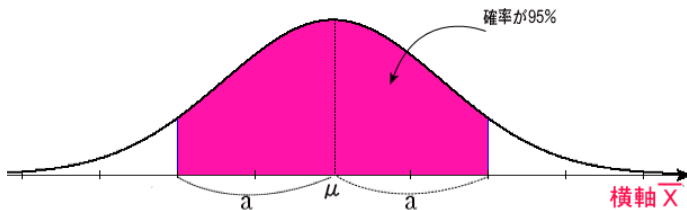
母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$\bar{X}$ のデータを並べたとき、ほとんどは μ 近辺にあることがわかるでしょう。 μ から離れた値になることは滅多なことでは起こりません。

母平均 μ の範囲は、 μ 中心に前後 $\pm a$ の区間に $\bar{X}$ がある確率が 95% となるようにします。



memo

母平均は、95%の確率で $\mu - a$ から $\mu + a$ の範囲にありますよと主張するのです。

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

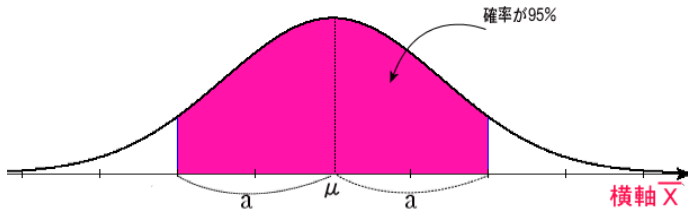
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



μ 前後にどれくらいの幅をとれば, 確率を 95%にできるでしょうか. これを考えていきましょう. 手計算でできるように, 考える分布を標準正規分布に変換します (PC があればこのままで OK です).

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

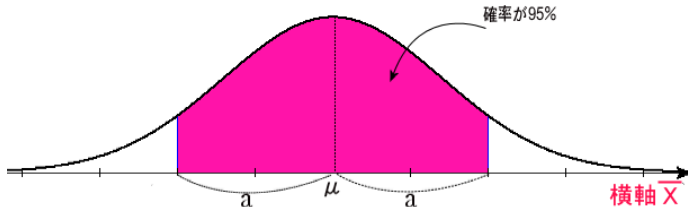
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{64}{10}\right)$ ですが,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{8}{\sqrt{10}}}$$

とおくことで, $Z \sim N(0, 1)$ とできます.

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

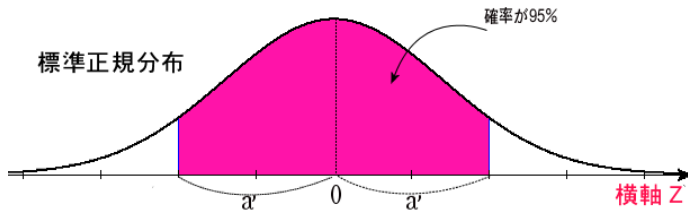
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

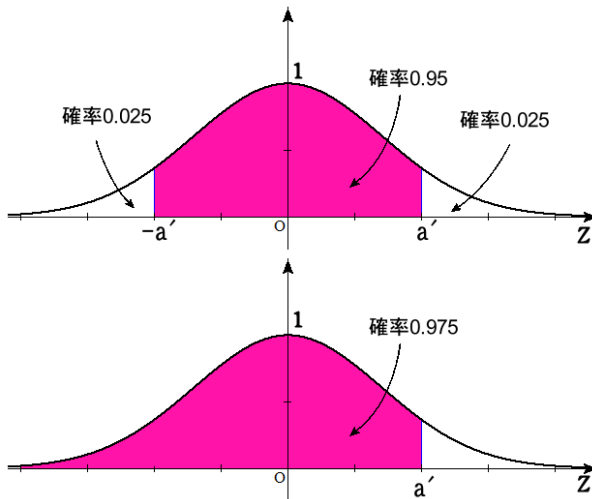


memo

上図の面積が 0.95 になるような a' を求めましょう.

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

ヒント



GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母平均の区間推定 (詳細)(p44)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

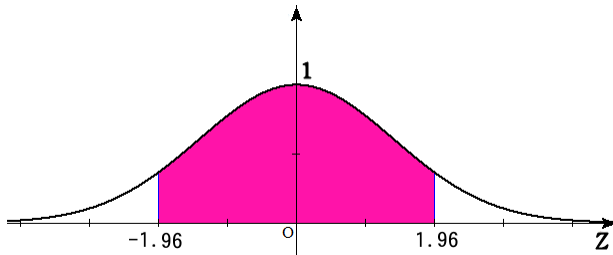
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



求めたい Z の範囲は、 $-1.96 < Z < 1.96$ とわかりました.

memo

あとは計算するだけです. 変換をもとに戻して, μ の範囲を求めます.

母平均の区間推定(詳細)(p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$$-1.96 < z < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{8}{\sqrt{10}}} < 1.96$$

$$-1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}} < \bar{x} - \mu < 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$-\bar{x} - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}} < -\mu < -\bar{x} + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}} < \mu < \bar{x} + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$78 - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}} < \mu < 78 + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$73.04 < \mu < 82.96$$

母平均の区間推定 (詳細)(p43)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

稲穂の例題を考えていました. 稲穂 1 本あたりの実の数の平均は 73.04 ~ 82.96 の間であるといえます (ただし, 5% の確率でこの範囲は間違っているといえます).

母平均の区間推定まとめ (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

1 標本平均 $\bar{x}$ を求める.

2 標準誤差 $S.E. = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ を求める.

3 信頼度を設定する.(95%か 99%か)

4 下の式にあてはめる.

母平均の区間推定の信頼区間 (母集団の標準偏差が既知の場合)

$$\bar{x} - 1.96 \times S.E. < \mu < \bar{x} + 1.96 \times S.E. \quad (\text{信頼度 } 95\%)$$

$$\bar{x} - 2.58 \times S.E. < \mu < \bar{x} + 2.58 \times S.E. \quad (\text{信頼度 } 99\%)$$

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある測定方法で物の重さ $[g]$ を測定するとき、その測定方法の母標準偏差は 0.04 である。その測定方法を用いて、ある物の重さを 10 回繰り返し測定した結果が次の値である。その物の重さの真の値 μ の推定値と標準誤差を求めよ。さらに、 μ の信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

8.99, 8.95, 9.01, 9.05, 9.05, 9.07, 8.91, 8.99, 9.04, 8.96

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

問題

ある測定方法で物の重さ $[g]$ を測定するとき、その測定方法の母標準偏差は 0.04 である。その測定方法を用いて、ある物の重さを 10 回繰り返し測定した結果が次の値である。その物の重さの真の値 μ の推定値と標準誤差を求めよ。さらに、 μ の信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

8.99, 8.95, 9.01, 9.05, 9.05, 9.07, 8.91, 8.99, 9.04, 8.96

母平均の点推定と区間推定をなさйтеと言っています。点推定から考えてみましょう。

点推定は、母平均 μ の推定値と標準誤差を考えます。

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

μ の推定値は, $\bar{x}$ です.

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

μ の推定値は, $\bar{x}$ です.

$$\bar{x} = \frac{8.99 + 8.95 + 9.01 + \cdots + 8.96}{10} = 9$$

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

μ の推定値は, $\bar{x}$ です.

$$\bar{x} = \frac{8.99 + 8.95 + 9.01 + \cdots + 8.96}{10} = 9$$

標準誤差 S.E. は,

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

μ の推定値は, $\bar{x}$ です.

$$\bar{x} = \frac{8.99 + 8.95 + 9.01 + \cdots + 8.96}{10} = 9$$

標準誤差 S.E. は,

$$\text{S.E.} = \frac{0.04}{\sqrt{10}} = 0.013$$

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

μ の推定値は, $\bar{x}$ です.

$$\bar{x} = \frac{8.99 + 8.95 + 9.01 + \cdots + 8.96}{10} = 9$$

標準誤差 S.E. は,

$$\text{S.E.} = \frac{0.04}{\sqrt{10}} = 0.013$$

よって, 物の重さの平均の推定値は 9g で, その推定誤差は 0.013g と言えます.

問題 (p45)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

区間推定を考えます. 標本平均 $\bar{x}$ を求めます.

$$\bar{x} = 9$$

標準誤差を求めます.

$$\text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.04}{\sqrt{10}} = 0.013$$

信頼度を定めます. 今回は 95% にしましょう.
信頼区間を求めます.

$$\bar{x} - 1.96 \times \text{S.E.} < \mu < \bar{x} + 1.96 \times \text{S.E.}$$

$$9 - 1.96 \times 0.013 < \mu < 9 + 1.96 \times 0.013$$

$$8.97 < \mu < 9.03$$

よって, 物の重さの平均は 8.97g から 9.03g の間であるといえる.

推定まとめ(テキストに書いてないよ！)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

点推定

- 母集団の分布を仮定しない.
- 母数をズバリ 1 つの数値で言い当てる.
- 標本数が多いほど母数に近づく. (一貫性)
- 分散が小さいほど母数に近づく. (有効性)

区間推定

- 母集団の分布を仮定する.
- 推定の正しさの度合いを確率で考慮できる.

仮説検定って何？(p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

「ある母集団の母平均が〇〇である！」

と主張して良いか統計的にテストすることができます.

母平均=〇〇と仮定して考察を進めます. 確率が1%(5%)未満のことが起こったとします. 普通に考えたら起こりえないことが起こったんです. なぜ, そんな事態になっているかというと, 母平均=〇〇と仮定したことが原因と考えます.

よって, 母平均 $\neq$ 〇〇と結論するのです. 最初の主張はできないんですね.

仮説検定って何？(p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

母集団の母数について**仮説 (hypothesis)**を立てて、それを**棄却 (reject)**するかどうかを、統計の手法を用いて**検定 (test)**します。もう少し噛み砕くと、最初に母数はこういう値じゃないかなと仮説をたてるんですね。そして、その仮説のもとで、適当な統計量の実現値が確率的に非常に起こりにくいという結果を得たら、仮説がおかしいと判断します。これが仮説検定です。

仮説検定の流れ (p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

仮説検定の流れは次の通りです.

仮説検定の流れ

- 1 仮説を立てる
- 2 有意水準 (危険率) を定める
- 3 P 値を求める
- 4 結論を考える

仮説検定 (p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある食品メーカーの商品 9 個の内容量 [g] を測定した結果である.

19, 9, 19.4, 19.2, 19.8, 19.5, 20.0, 20.4, 19.3, 18.7

商品には内容量が 20g と表示してあった. この表示されている数値は疑わしいだろうか. ただし, 母標準偏差は 0.6 g とする.

仮説検定 (p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある食品メーカーの商品 9 個の容量 [g] を測定した結果である.

19.9, 19.4, 19.2, 19.8, 19.5, 20.0, 20.4, 19.3, 18.7

商品には容量が 20g と表示してあった. この表示されている数値は疑わしいだろうか. ただし, 母標準偏差は 0.6 g とする.

まずは, 状況を整理します.

- 母平均は $\mu = 20\text{g}$ である.
- 9 個の標本平均は $\bar{x} = 19.58\text{g}$ である.
- 本当に母平均を 20 にして良いか判断しようとしている.

仮説検定 (p57)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある食品メーカーの商品 9 個の内容量 [g] を測定した結果である.

19,9, 19.4, 19.2, 19.8, 19.5, 20.0, 20.4, 19.3, 18.7

商品には内容量が 20g と表示してあった. この表示されている数値は疑わしいだろうか. ただし, 母標準偏差は 0.6 g とする.

前回で扱った区間推定を計算してみると, 信頼度 99% の母平均の信頼区間は 19.06g から 20.10g の間とわかります. 確かに母平均 20g はこの範囲に入っていますが, 母平均を 20g にして良いかはここからは判断できません. ですので, 検定という手法が必要になります.

仮説を立てる (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

2つの仮説を立てます.

対立仮説 検証したい仮説. H_1 で表す.

帰無仮説 データをもとに棄却することで, 対立仮説の
正しさを示す仮説. H_0 で表す.

帰無仮説は $=$ を含んだ主張を選びます. ですので, 今回は次の
ように仮説を設定します.

$$\begin{cases} \text{帰無仮説 } H_0 : & \mu = 20 \\ \text{対立仮説 } H_1 : & \mu \neq 20 \end{cases}$$

memo

対立仮説の立て方は p58 を参照のこと.

有意水準 (危険率) を定める (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

区間推定でいうところの信頼度にあたる数値を設定です。帰無仮説の状態が起こる確率を **5%か1%** を基準にして考えます。これを、**有意水準**または**危険率** といい α で表します。5% 基準のときは $\alpha = 0.05$, 1% 基準のときは $\alpha = 0.01$ と設定します。通常の有義水準は 0.05 ですが、分析者の判断によって、0.01 で検定することもあります。

今回は有意水準を 5%に設定します。

P 値を求める (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

帰無仮説が棄却されるかどうかを判断するため P 値というものを計算します.

区間推定と同じように考えて, 母集団分布は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ とします. 標本平均 $\bar{x}$ は, 母平均 μ の推定値となるのでした. 今回は $\mu = 20$ と仮定していますから, この $\bar{x}$ が 20 から大きく離れた値をとると, そんなことは起こりえないという意味で 0 に近い確率が出てきます. 「 $H_0 : \mu = 20$ 」がおかしかったんです. だから, 帰無仮説「 $H_0 : \mu = 20$ 」は疑わしいと考えられます.

P 値を求める (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

帰無仮説が棄却されるかどうかを判断するため P 値というものを計算します.

区間推定と同じように考えて, 母集団分布は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ とします. 標本平均 $\bar{x}$ は, 母平均 μ の推定値となるのでした. 今回は $\mu = 20$ と仮定していますから, この $\bar{x}$ が 20 から大きく離れた値をとると, そんなことは起こりえないという意味で 0 に近い確率が出てきます. 「 $H_0 : \mu = 20$ 」がおかしかったんです. だから, 帰無仮説「 $H_0 : \mu = 20$ 」は疑わしいと考えられます.

memo

ここから確率計算が始まります.

P 値を求める (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ですから,, $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ です.
標準化した統計量 Z を,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

とすると, $Z \sim N(0, 1)$ です. Z は標準正規分布に従うのでした. ここまでは区間推定と同じです.

P 値を求める (p58)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ですから,, $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ です.

標準化した統計量 Z を,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

とすると, $Z \sim N(0, 1)$ です. Z は標準正規分布に従うのでした. ここまでは区間推定と同じです.

Z の実現値 $(\bar{x}, \mu_0, \sigma, n$ に具体的な数値を入れたもの) を z とかくことにします. $|z|$ の値が「 H_0 が正しい」ときに得られる可能性が低いかどうかは, H_0 のもとで $|z|$ より大きな値をとる確率 (これを P 値といいます) が有意水準より大きいのか, 小さいかで判断します.

P 値を求める (p59)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

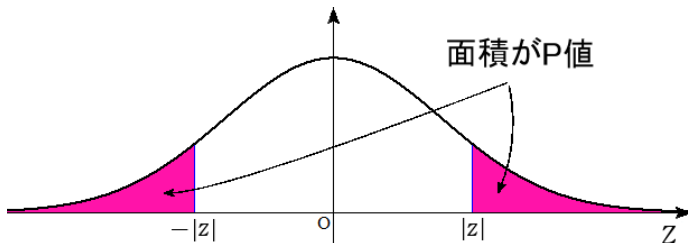
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$|z|$ より大きな値をとる確率は図の色つき部分の面積であらわされており、式では次の通りです。

P 値を求める (p59)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

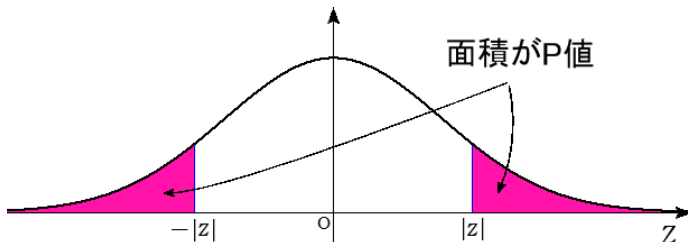
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$|z|$ より大きな値をとる確率は図の色つき部分の面積であらわされており、式では次の通りです。

母平均の仮説検定の P 値の求め方 (母分散が既知の場合)

$$p = P(|Z| \geq |z|) = 2(1 - \Phi(|z|))$$

$$\text{ただし, } z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\text{S.E.}}, \quad \text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad Z \sim N(0, 1)$$

P 値を求める (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

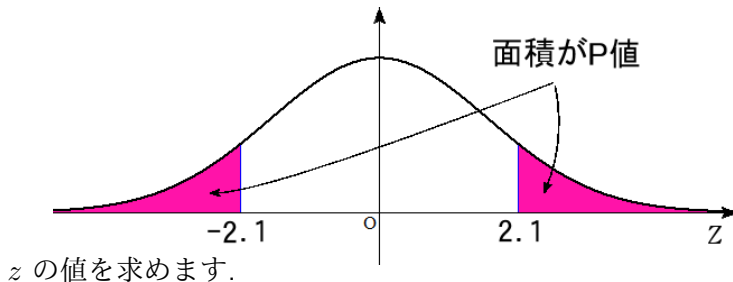
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

=

P 値を求める (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

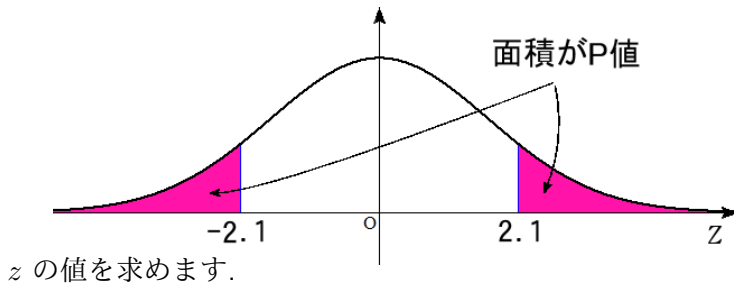
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$\begin{aligned} z &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{19.58 - 20}{\frac{0.6}{\sqrt{9}}} \\ &= -2.1 \end{aligned}$$

P 値を求める (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

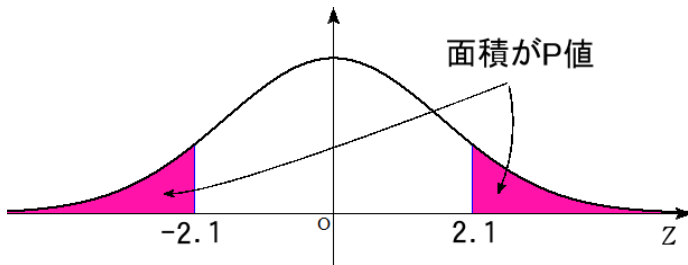
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |-2.1|) \\ &= P(|Z| \geq 2.1) \\ &= \end{aligned}$$

P 値を求める (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

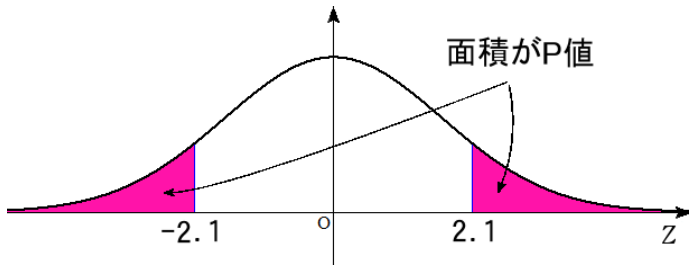
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |-2.1|) \\ &= P(|Z| \geq 2.1) \\ &= 2(1 - \Phi(2.1)) \\ &= 2(1 - 0.9821) \\ &= 0.0358 \end{aligned}$$

memo

P 値は 0.0358 とわかりました.

結論を考える前にコラムでも (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

あなたの大切にしている宝物がある日壊されていました。どうやら、家族内に犯人がいるようで、特に怪しいのが弟です。ここで、母集団等の細かいことは置いておいて、次のような仮説を立てたとしましょう。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{仮説 1} \quad \text{「弟が犯人である」} \\ \text{仮説 2} \quad \text{「弟は犯人ではない」} \end{array} \right.$$

弟には、あなたが家に居ない間の時間帯のアリバイがしっかりあります。残念？ながら現実的に考えて弟が宝物を壊したとは到底考えられないのです。となれば、「弟が犯人である」という仮説を捨て、「弟は犯人でない」という仮説を採用することに異論はないと思います。

結論を考える前にコラムでも (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

あなたの大切にしている宝物がある日壊されていました。どうやら、家族内に犯人がいるようで、特に怪しいのが弟です。ここで、母集団等の細かいことは置いておいて、次のような仮説を立てたとしましょう。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{仮説 1} \quad \text{「弟が犯人である」} \\ \text{仮説 2} \quad \text{「弟は犯人ではない」} \end{array} \right.$$

弟には、あなたが家に居ない間の時間帯のアリバイがしっかりあります。残念？ながら現実的に考えて弟が宝物を壊したとは到底考えられないのです。となれば、「弟が犯人である」という仮説を捨て、「弟は犯人でない」という仮説を採用することに異論はないと思います。

memo

弟には不十分なアリバイしかなかったらどうですか。どのような判断ができますか。

結論を考える前にコラムでも (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

「弟は犯人ではない」と結論を下すことはできませんね. だからといって, 「弟が犯人である」と結論するのも乱暴でしょう. 他の家族の犯行の可能性もありますしね.

仮説 1 が捨てられないときは, 仮説 2 が正しいといえないだけです. くれぐれも誤った判断をしないように注意してください.

memo

この考え方を仮説検定の結論をまとめるときに使用します. 忘れないでください.

結論を考える (p59)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

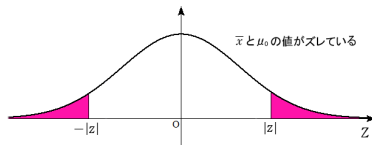
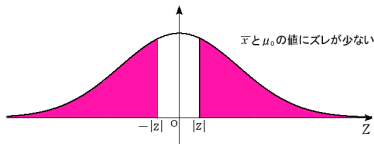
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値の値をもとに結論を考えます. P 値と有意水準の大小関係については次の図を見てください.



$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$
とおいていますから, $\bar{x}$ と μ_0 にズレがあるほど,
 z の値は 0 から離れていきます.

結論を考える (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

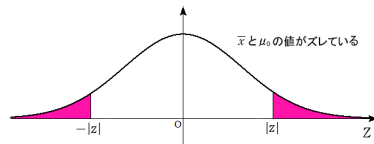
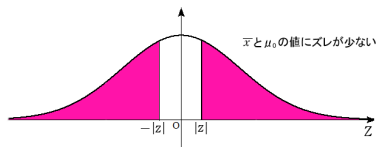
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$\bar{x}$ と μ_0 にズレがあるほど, P 値は小さいものになります.
標本平均の値は μ から, 普通そんなに離れた値にはなりません.
つまり, P はそうそう小さな値にはなりません.

結論を考える (p60)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

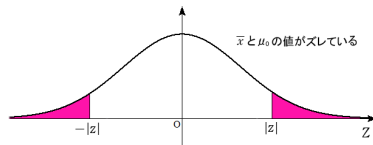
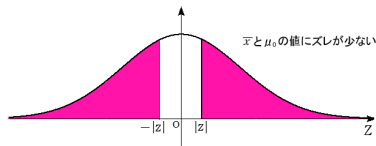
標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定



$\bar{x}$ と μ_0 にズレがあるほど、P 値は小さいものになります。
標本平均の値は μ から、普通そんなに離れた値にはなりません。
つまり、P はそうそう小さな値にはなりません。

memo

今回の P 値は 0.0358 と、5%より小さい値になっています。つまり、標本平均と母平均は滅多なことでは離れないのに、大きくずれました (確率 3.58%でしか起きないことが実際に起きてしまった)。

結論を考える (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

なぜ, そんな稀なことが起きたかというところ, $H_0: \mu = 20$ と仮定したからです. H_0 は疑わしいと判断できます. P 値が今回の有意水準 0.05 より小さい値のとき, 「P 値は有意水準 5% で有意となる」と言い, H_0 を棄却し, H_1 を採択します. 独特の言い回しですが, これも慣れてもらうしかありません.

稀なことが起こったから, $\mu = 20$ としてはいけない. つまり, $\mu \neq 20$ と結論します.

結論を考える (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

なぜ、そんな稀なことが起きたかという、 $H_0: \mu = 20$ と仮定したからです。 H_0 は疑わしいと判断できます。 P 値が今回の有意水準 0.05 より小さい値のとき、「P 値は有意水準 5% で有意となる」と言い、 H_0 を棄却し、 H_1 を採択します。 独特の言い回しですが、これも慣れてもらうしかありません。

稀なことが起こったから、 $\mu = 20$ としてはいけない。つまり、 $\mu \neq 20$ と結論します。

逆に、P 値が 0.05 より大きいときは、「P 値は有意水準 5% で有意でない」といい、 H_0 は棄却できません。 ここ重要です。 H_0 が棄却できないからといって、 H_0 が正しいとは主張できません。 感覚的には、P 値が有意水準より大きければ、「 H_0 は正しい」と考えたい気持ちもわかるのですが、兄弟の例の通りです。

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

memo

仮説検定の流れがイメージできたかと思いますが, P 値を求め
て, 有意水準と比較するところを, 別視点で眺めてみたいと思
います.

$$0.05 = P(|Z| \geq |z|) = 2(1 - \Phi(|z|))$$

$$0.05 = 2(1 - \Phi(|z|))$$

$$0.05 = 2 - 2\Phi(|z|)$$

$$2\Phi(|z|) = 1.95$$

$$\Phi(|z|) = 0.975$$

$$|z| = 1.96 \text{ ※標準正規分布表から確率が } 0.975 \text{ になる } z \text{ の値を読んだ}$$

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$ ということがわかりました. 統計量 $|Z|$ の値が 1.96 以上になる確率が 5% ということです. この例題の $|Z|$ の実現値 $|z|$ の値は 2.1 でしたので, 1.96 より大きいです.

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$ ということがわかりました. 統計量 $|Z|$ の値が 1.96 以上になる確率が 5% ということです. この例題の $|Z|$ の実現値 $|z|$ の値は 2.1 でしたので, 1.96 より大きいのです. $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは 5% の確率程度ということです. つまり, $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは滅多なことでは起こらないということ.

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$ ということがわかりました. 統計量 $|Z|$ の値が 1.96 以上になる確率が 5% ということです. この例題の $|Z|$ の実現値 $|z|$ の値は 2.1 でしたので, 1.96 より大きいのです. $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは 5% の確率程度ということです. つまり, $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは滅多なことでは起こらないということ. しかし, 今回の仮説のもとで $|z|$ の値を計算すると, 2.1 になった, つまり, 滅多なことでは起こらないことが起こったんです. こんなことが起きたのはなぜかというと, 仮説がおかしかったからと考えるのが自然ですね.

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$ ということがわかりました. 統計量 $|Z|$ の値が 1.96 以上になる確率が 5% ということです. この例題の $|Z|$ の実現値 $|z|$ の値は 2.1 でしたので, 1.96 より大きいのです. $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは 5% の確率程度ということです. つまり, $|Z|$ の値が 1.96 以上になるのは滅多なことでは起こらないということ. しかし, 今回の仮説のもとで $|z|$ の値を計算すると, 2.1 になった, つまり, 滅多なことでは起こらないことが起こったんです. こんなことが起きたのはなぜかというと, 仮説がおかしかったからと考えるのが自然ですね. このように P 値ではなく, $|Z|$ の実現値で検定する方法もあります.

P 値を考える他に (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

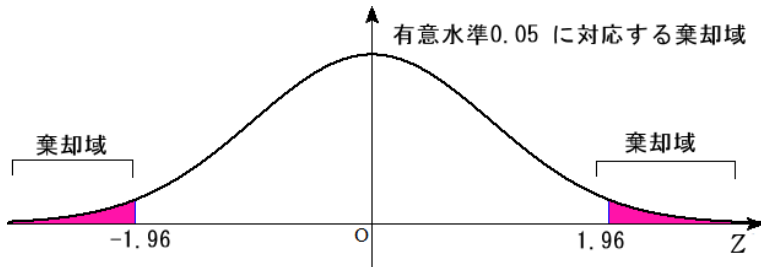
二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

補足をすると、有意水準とは図の確率のことで、色付き部分の Z の範囲を棄却域といいます。今回の例では、 $|z|$ の値が 2.1 と棄却域に入っていたので、帰無仮説を棄却するんですね。



例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある年齢の生徒の身長は平均値 152.6cm , 標準偏差 5.3cm の正規分布に従っているという. いま, ある学校で 100 人の生徒を選んで身長を測ったところ平均値は 151.7cm であった. この学校の生徒の身長の母平均は全国平均と同じであるといえるか. 有意水準 0.05 で検定せよ.

【解説】

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある年齢の生徒の身長は平均値 152.6cm, 標準偏差 5.3cm の正規分布に従っているという. いま, ある学校で 100 人の生徒を選んで身長を測ったところ平均値は 151.7cm であった. この学校の生徒の身長の母平均は全国平均と同じであるといえるか. 有意水準 0.05 で検定せよ.

【解説】

仮説 → 有意水準 → P 値 → 結論 の流れです.

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある年齢の生徒の身長は平均値 152.6cm, 標準偏差 5.3cm の正規分布に従っているという. いま, ある学校で 100 人の生徒を選んで身長を測ったところ平均値は 151.7cm であった. この学校の生徒の身長の母平均は全国平均と同じであるといえるか. 有意水準 0.05 で検定せよ.

【解説】

仮説 → 有意水準 → P 値 → 結論 の流れです.

仮説を立てる

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題

ある年齢の生徒の身長は平均値 152.6cm, 標準偏差 5.3cm の正規分布に従っているという. いま, ある学校で 100 人の生徒を選んで身長を測ったところ平均値は 151.7cm であった. この学校の生徒の身長の母平均は全国平均と同じであるといえるか. 有意水準 0.05 で検定せよ.

【解説】

仮説 → 有意水準 → P 値 → 結論 の流れです.

仮説を立てる

$$\begin{cases} \text{帰無仮説 } H_0 : & \mu = 152.6 & (\text{校内の平均が } 152.6\text{cm} \text{ である}) \\ \text{対立仮説 } H_1 : & \mu \neq 152.6 & (\text{校内の平均が } 152.6\text{cm} \text{ でない}) \end{cases}$$

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

有意水準を決める

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準を決める

問題で指定されているので 0.05.

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準を決める

問題で指定されているので 0.05.

P 値を求める

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準を決める

問題で指定されているので 0.05.

P 値を求める

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\text{S.E.}}, \quad \text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ですので,

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準を決める

問題で指定されているので 0.05.

P 値を求める

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\text{S.E.}}, \quad \text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ですので,

$$z = \frac{151.7 - 152.6}{\frac{5.3}{\sqrt{100}}} = -1.70$$

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準を決める

問題で指定されているので 0.05.

P 値を求める

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\text{S.E.}}, \quad \text{S.E.} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ですので,

$$z = \frac{151.7 - 152.6}{\frac{5.3}{\sqrt{100}}} = -1.70$$

この z の値は棄却域 $z < -1.96, 1.96 < z$ に入っていないので、この時点で有意でないと判断できます。
一応 P 値を求めておきます。

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値は

$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |z|) \\ &= P(|Z| \geq 1.7) \\ &= \end{aligned}$$

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値は

$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |z|) \\ &= P(|Z| \geq 1.7) \\ &= 2(1 - \Phi(1.7)) \\ &= 2(1 - 0.9554) \\ &= 0.0892 \end{aligned}$$

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値は

$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |z|) \\ &= P(|Z| \geq 1.7) \\ &= 2(1 - \Phi(1.7)) \\ &= 2(1 - 0.9554) \\ &= 0.0892 \end{aligned}$$

$p = 0.0892$ と計算できました. $p > 0.05$ ですので有意ではなく, 帰無仮説を棄却できません.

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値は

$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |z|) \\ &= P(|Z| \geq 1.7) \\ &= 2(1 - \Phi(1.7)) \\ &= 2(1 - 0.9554) \\ &= 0.0892 \end{aligned}$$

$p = 0.0892$ と計算できました. $p > 0.05$ ですので有意ではなく, 帰無仮説を棄却できません.

結論

例題 (p61)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

P 値は

$$\begin{aligned} p &= P(|Z| \geq |z|) \\ &= P(|Z| \geq 1.7) \\ &= 2(1 - \Phi(1.7)) \\ &= 2(1 - 0.9554) \\ &= 0.0892 \end{aligned}$$

$p = 0.0892$ と計算できました. $p > 0.05$ ですので有意ではなく, 帰無仮説を棄却できません.

結論

「校内の平均が 152.6cm でない」とはいえない.

仮説検定の落とし穴 (p76)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

有意水準が5%なので、議論が正しい確率は95%です。逆にいえば、5%の確率で間違った判断

(帰無仮説 H_0 が正しいのだけれども、 H_0 を棄却してしまう)

をする可能性があるのです。この間違った判断を**第一種の過誤 (Type I error)** といいます。

仮説検定の落とし穴 (p76)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正規近似

母平均の点推定

母平均の区間推定

母平均の仮説検定

有意水準が5%なので、議論が正しい確率は95%です。逆にいえば、5%の確率で間違った判断

(帰無仮説 H_0 が正しいのだけれども、 H_0 を棄却してしまう)

をする可能性があるのです。この間違った判断を**第一種の過誤 (Type I error)** といいます。この第一種の過誤を起こさないようにするには、**有意水準を小さくすればいい**ですね。

		正しい状態	
		帰無仮説	対立仮説
判断	帰無仮説を棄却する	第一種の過誤	正しい判断
	帰無仮説を棄却しない	正しい判断	第二種の過誤

仮説検定の落とし穴 (p76)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

もう1つ誤った判断をする可能性があります。それは
帰無仮説 H_0 が正しくないのに、 H_0 を棄却しない可能性です。
この間違った判断を **第二種の過誤 (Type II error)** といいます。
天下りの的ですが、この第二種の過誤を起こさないようにする
ためには、

仮説検定の落とし穴 (p76)

GS ベーシック

中村 啓介

はじめに

二項分布

ポワソン分布

連続型の確率
分布

正規分布

標準正規分布

二項分布の正
規近似

母平均の点
推定

母平均の区間
推定

母平均の仮説
検定

もう1つ誤った判断をする可能性があります。それは
帰無仮説 H_0 が正しくないのに、 H_0 を棄却しない可能性です。
この間違った判断を **第二種の過誤 (Type II error)** といいます。
天下りの的ですが、この第二種の過誤を起こさないようにする
ためには、**データ数を多くすること、分散を小さくすること**
に気を付ければよいです。

		正しい状態	
		帰無仮説	対立仮説
判 断	帰無仮説を棄却する	第一種の過誤	正しい判断
	帰無仮説を棄却しない	正しい判断	第二種の過誤