

百五減算

算術の中に「百五減算」と言われるものがあります。これは、江戸時代の代表的な算術書『塵劫記』に記載されています。(右下図)

現代文に直しますと、

たとえば、基石などが
86個あったとして、その数が
86ということを知らないで、
それがいくつあるかと聞かれ
たときに、まず、その数から7
を引けるだけ引いた残りが2

また、その数から5を引ける
だけ引いた残りが1

また、その数から3を引ける
だけ引いた残りが2

この残りを聞くだけで、その
数を当てる方法がある。

答) 86

算法)

新編塵劫記(東北大学和算ポータルより)

7ずつ引いた残り2を15倍して、30を記録する。

また、5ずつ引いた残り1を21倍して、21を記録する。

また、3ずつ引いた残り2を70倍して、140を記録する。

この3つを合計して191を得、それが100以上になったら105を引けるだけ引いて86という
答を得る。

この条件を合同式で表わしますと、

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

の連立1次合同式であり、3と5と7が互いに素であることから、中国の剰余定理の適用
問題であることがわかります。よって、解は $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ を法としてただひとつと
おりに決定します。解となる数値をひとつ見つけ、小さい値になるまでこの105を
引き算しますから、「百五減算」というわけです。

塵劫記が手本にしたとされる『算法統宗』(1592、程大位)には、

三人同行七十稀 五樹梅花廿一枝 七子團圓正半月 除百令五便得知

とあり、合同式表現は全く同じで、解は105を法として定まります。

更に古い「孫子算経」(唐以前)にも記述があり、同じく解は105を法として定ま
ります。ほかの素数の組合せでは105にはならないのですが、なぜか105を大切に
しているところがおもしろいですね。

