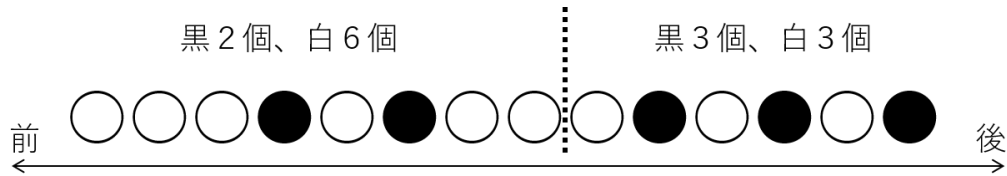


1

黒い玉5個と白い玉9個を一列に並べる。次の（条件A）を満たす並べ方は何通りか。

（条件A）どのように点線で2つに区切っても、その前後の組の両方で黒玉と白玉の個数が異なる。



上の図は、点線の後ろで黒と白の個数が等しくなっているので、条件を満たさない例である。

2

座標平面内の点のうち、 x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ。次の条件を満たす自然数 n の最大値を求めよ。

(条件)

ある n 個の格子点からなる集合 A が存在して、 A のうちのどの2点を結ぶ線分も端点の他に格子点を通らない。

3 (AIME1985 改題)

n は自然数とする。 $a_n = n^2 + 2018$ に対し、 a_n と a_{n+1} の最大公約数を d_n とする。 d_n が最大となる最小の n の値を求めよ。

4 (京都大学 2016 理系数学第2問)

素数 p, q を用いて、 $p^q + q^p$ と表される素数をすべて求めよ。

※この問題は自宅学習用の問題です。道場の最後に解答を渡しますので、自宅で行ってください。

5

あるパン屋が、40日間で60個のパンを作る。このパン屋が1日に最低1個はパンを作ったとすると、ある連続した何日間かにわたってちょうど19個のパンを作ることが必ずあることを示せ。

※この問題は自宅学習用の問題です。道場の最後に解答を渡しますので、自宅で行ってください。

6 (IMO 1963)

5人の生徒 A,B,C,D,E が競技をしている。ある予想では競技の順位は ABCDE の順であるという。しかし、この予想は大きくはずれた。現実には、どの生徒も予想された順位ではなかったし、順位が連続して並ぶと予想されたどの2人の生徒もそのように並ばなかった。別の予想では、競技の順位は DAECB の順であるという。この予想は少しはましで、丁度2人の順位は正しく、また、丁度2組の生徒たちの順位が連続することを正しく言い当てた。実際の順位はどのようであったか答えよ。

※この問題は自宅学習用の問題です。道場の最後に解答を渡しますので、自宅で行ってください。

7 (JMO 予選 1993)

座標平面上の3点 $(0, 0)$, $(276, 153)$, (a, b) を頂点とする三角形の面積が2以下になるように、正整数 a, b を選ぶ。このような点 (a, b) のうち、原点に最も近いものを求めよ。

※この問題は自宅学習用の問題です。道場の最後に解答を渡しますので、自宅で行ってください。

8 (IMO 1996)

$GCD(m, n) = 1$ となる自然数 m, n に対して $GCD(5^m + 7^m, 5^n + 7^n)$ を求めよ。ただし、 $GCD(m, n)$ は m と n の最大公約数を表す。