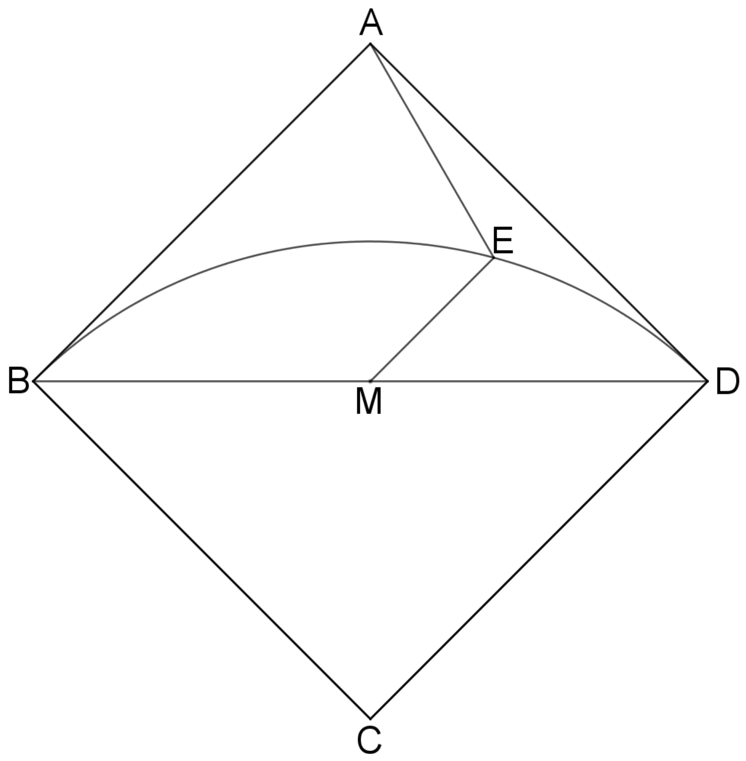
$\boxed{1}$

四角形 ABCD は正方形であり、M は BD の中点である。点 C を中心とする弧 BD 上に ME//CD となるように点 E をとる。このとき、∠AEM を求めよ。



$\boxed{2}$ （複比に関する問題）

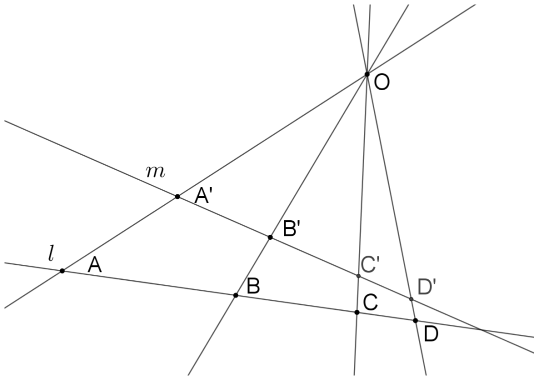
【定義】　直線上または円周上の 4 点 A,B,C,D に対して

$$[\mathrm{A}, \mathrm{B} : \mathrm{C}, \mathrm{D}] = \frac{\mathrm{AC}/\mathrm{BC}}{\mathrm{AD}/\mathrm{BD}}$$

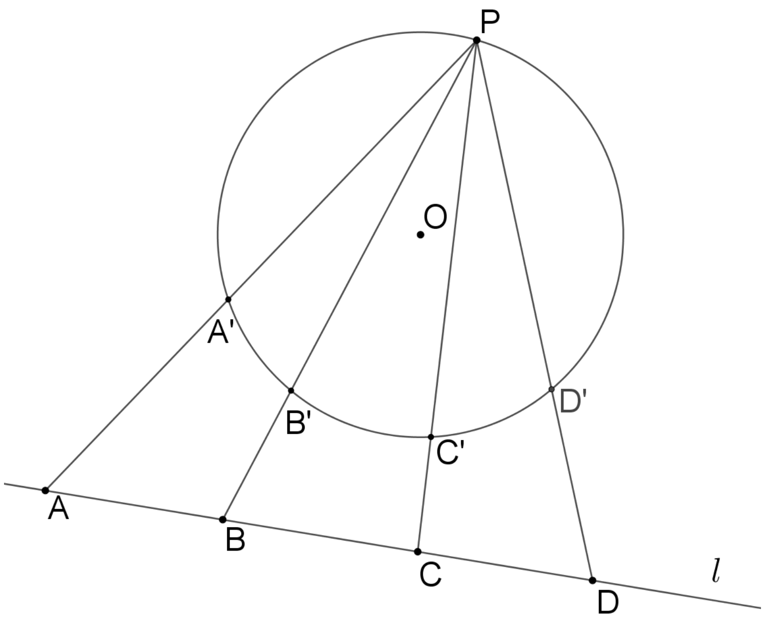
で定まる実数を、4 点 A,B,C,D の「複比」という。ここで AC とは直線上では点 A と点 C の（向きを考慮した）距離を表し、円周上では弦の長さを表すものとする。（注意 : 向きを考慮しているので、例えば $\mathrm{AC}/\mathrm{CA} = -1$ となる。）

また、$[\mathrm{A}, \mathrm{B} : \mathrm{C}, \mathrm{D}] = -1$ となる 4 点を「調和点列」という。

(1)　直線 l, m と l, m 上にない点 O があり、l 上の 4 点 A,B,C,D に対して、各々と O を結んだ直線と直線 m との交点をそれぞれ $\mathrm{A}', \mathrm{B}', \mathrm{C}', \mathrm{D}'$ とする。このとき $[\mathrm{A}, \mathrm{B} : \mathrm{C}, \mathrm{D}] = [\mathrm{A}', \mathrm{B}' : \mathrm{C}', \mathrm{D}']$ を示せ。



(2)　直線 l と円 O と円 O 上の点 P があり、l 上の 4 点 A,B,C,D に対して、各々と点 P を結んだ直線と円 O との交点をそれぞれ $\mathrm{A}', \mathrm{B}', \mathrm{C}', \mathrm{D}'$ とする。このとき $[\mathrm{A}, \mathrm{B} : \mathrm{C}, \mathrm{D}] = [\mathrm{A}', \mathrm{B}' : \mathrm{C}', \mathrm{D}']$ を示せ。



$\boxed{3}$

円周上の 3 点 A, M, B が AM = MB を満たしている。A を含まない弧 MB 上に点 N を、線分 AN 上に MH⊥AN となる点 H をとったとき、AH = HN + NB を証明せよ。

$\boxed{4}$

直線 l と l にない点 O があり、 l 上に相異なる 4 点 A,C,B,D がこの順にある。D を通り O を通らない別の直線 m があり、A,C,B と O を結んだ直線と m の交点をそれぞれ A', C', B' とする。さらに直線 $A'B$, $B'A$, $C'C$ は一点で交わるとする。このとき $AC : BC = AD : BD$ であることを示せ。