

京都数学オリンピック道場 第2回

1. n を整数とする。 $26n$ を 57 で割って 1 余るとき、 n を 57 で割った余りを求めよ。
2. 黒板に数字 1 と 2 が書かれている。次の方法で新しい数を黒板に書き足すことが許されるものとする。黒板に数 a と b があるならば、 $ab + a + b$ を書くことができる。例えば、 1 と 2 があるので $1 \cdot 2 + 1 + 2 = 5$ により、また、 2 (と 2) があるので $2 \cdot 2 + 2 + 2 = 8$ により、 5 と 8 は書くことができる。

このような方法で次の数を書くことができるか。

(i) 13121

(ii) 12131

3. 3桁の自然数 n は 11 の倍数であり、 $\frac{n}{11}$ は n の各桁の 2 乗の和に等しい。
このような n をすべて求めよ。

4. $x^2 = p^5 + p^2 + 1$ を満たす整数 x と素数 p は存在しないことを示せ。