$\boxed{1}$ ［2000 JMO予選 問題８］

${}_{40}C_{20}$ を 41 で割った余りを求めよ。

$\boxed{2}$ 自然数 n のすべての正の約数の和は 60 であるという。
このような 自然数 n をすべて求めなさい。

$\boxed{3}$ (1) $a^2+b^2=1999$ となる整数 a，b の組が存在しないことを示せ。

(2) $a^3+b^3=1999$となる整数 a，b の組が存在しないことを示せ。

$\boxed{4}$ [2001 JMO本選 問題 2]

10進法表記で，自然数 n が $a_m a_{m-1} \cdots a_1$ と表されていたとする。つまり，0 以上 9 以下の整数 a_m， a_{m-1}，…，a_1（ただし $a_m \neq 0$）を用いて，

$$n = 10^{m-1}a_m + 10^{m-2}a_{m-1} + \cdots\cdots\cdots + 10a_2 + a_1$$

と表される。このとき，

$$n = (a_m+1)(a_{m-1}+1)\cdots\cdots\cdots(a_2+1)(a_1+1)$$

を満たす n をすべて求めよ。

$\boxed{5}$ [2004 JMO予選 問題 5]

2004 個の正の整数 $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_{2004}$ が，次の条件を満たしているとする。

・ $a_1 < a_2 < \cdots\cdots\cdots < a_{2004}$

・ 2004 以下の互いに異なる正の整数 i, j, k について，常に $a_i \times a_j \neq a_k$ が成立する.

a_{2004} としてありうる値のうち，最小のものを求めよ。

6　自然数 n に対して，n の正の約数の和を $f(n)$ で表す。n を奇数とするとき，$f(n)$ が奇数となることと，n が平方数になることは同値であることを示せ。