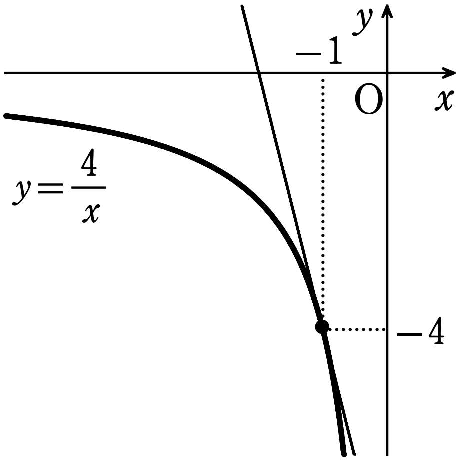
3年普通科　数学Ⅲ　教科書　**解答**

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習1］



(1)　$f(x)=\dfrac{4}{x}$ とすると

$$f'(x)=-\frac{4}{x^2}$$

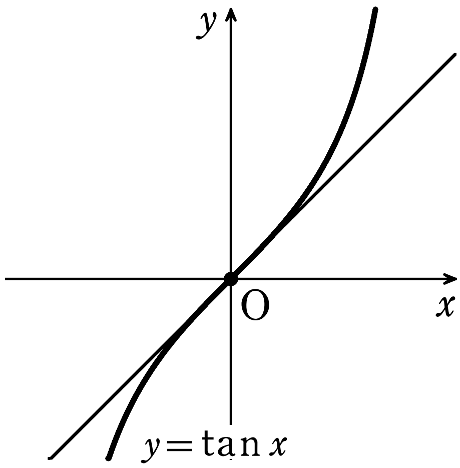
であるから

$$f'(-1)=-4$$

よって，点 $(-1,\ -4)$ における接線の方程式は

$$y-(-4)=-4\{x-(-1)\}$$

すなわち　　$y=-4x-8$



(2)　$f(x)=\tan x$ とすると

$$f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$$

であるから

$$f'(0)=1$$

よって，点 $(0,\ 0)$ における接線の方程式は

$$y-0=1\cdot(x-0)$$

すなわち　　$y=x$

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習2］

(1)　$f(x)=\dfrac{2}{x}$ とすると　　$f'(x)=-\dfrac{2}{x^2}$

よって　　$f'(1)=-2$

したがって，求める法線の方程式は

$$y-2=\frac{1}{2}(x-1)\quad \text{すなわち}\quad y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

(2)　$f(x)=\sin x$ とすると　　$f'(x)=\cos x$

よって　　$f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって，求める法線の方程式は

$$y-\frac{1}{2}=-\frac{2}{\sqrt{3}}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\quad \text{すなわち}\quad y=-\frac{2}{\sqrt{3}}x+\frac{\pi}{3\sqrt{3}}+\frac{1}{2}$$

［323改訂版　高等学校　数学Ⅲ　練習3］

$y=e^x$ を微分すると　　$y'=e^x$

ここで，接点の座標を $(a,\ e^a)$ とすると，接線の方程式は

$$y-e^a=e^a(x-a)$$

すなわち　$y=e^a x+e^a(1-a)$　…… ①

(1)　接線 ① の傾きが 1 であるから

$$e^a=1 \qquad \text{すなわち} \qquad a=0$$

① に代入して　　$y=x+1$

(2)　接線 ① が点 $(1,\ 0)$ を通るから　　$0=e^a+e^a(1-a)$

よって　　$e^a(2-a)=0$

$e^a \neq 0$ であるから　　$a=2$

① に代入すると　　$y=e^2x+e^2(1-2)$

整理して　　$y=e^2x-e^2$

［323改訂版　高等学校　数学Ⅲ　練習4］

(1)　$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{8}=1$ の両辺を x で微分すると

$$\frac{2x}{2}+\frac{2yy'}{8}=0$$

よって，$y \neq 0$ のとき　　$y'=-\dfrac{4x}{y}$

ゆえに，点 $(-1,\ 2)$ における接線の傾きは　$-\dfrac{4\cdot(-1)}{2}=2$

したがって，求める接線の方程式は

$$y-2=2\{x-(-1)\} \quad \text{すなわち} \quad y=2x+4$$

(2)　$x^2-y^2=1$ の両辺を x で微分すると

$$2x-2yy'=0$$

よって，$y \neq 0$ のとき　　$y'=\dfrac{x}{y}$

ゆえに，点 $(\sqrt{2},\ -1)$ における接線の傾きは　$\dfrac{\sqrt{2}}{-1}=-\sqrt{2}$

したがって，求める接線の方程式は

$$y-(-1)=-\sqrt{2}(x-\sqrt{2}) \quad \text{すなわち} \quad y=-\sqrt{2}x+1$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習9]

(1)　　$f'(x)=1-e^x$

$f'(x)=0$ とすると　　$x=0$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	……	0	……
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	-1	↘

よって，$f(x)$ は，$x \leqq 0$ で増加し，$0 \leqq x$ で減少する。

(2)　関数の定義域は $x>0$ である。

$$f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$$

$f'(x)=0$ とすると　　$x=1$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	0	……	1	……
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	1	↗

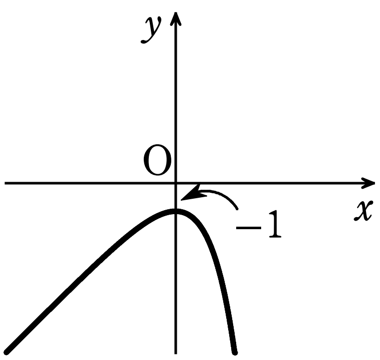
よって，$f(x)$ は，$0<x \leqq 1$ で減少し，$1 \leqq x$ で増加する。

(3)　　$f'(x)=1+\cos x$

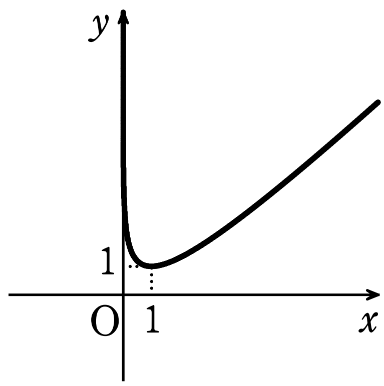
$0<x<\pi$ で常に　$f'(x)>0$

よって，$f(x)$ は定義域で常に増加する。

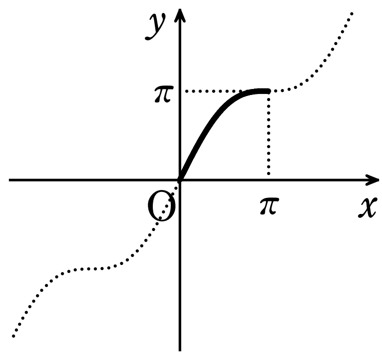
参考　(1)



(2)



(3)



［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習10］

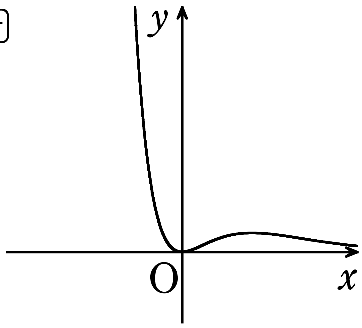
(1)　$f'(x)=2xe^{-x}+x^2(-e^{-x})=(2-x)xe^{-x}$

$f'(x)=0$ とすると　$x=0,\ 2$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	……	0	……	2	……
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	極小 0	↗	極大 $\dfrac{4}{e^2}$	↘

参考



よって，$f(x)$ は $x=0$ で極小値 0，$x=2$ で極大値 $\dfrac{4}{e^2}$ をとる。

(2)　関数の定義域は $x>0$ である。

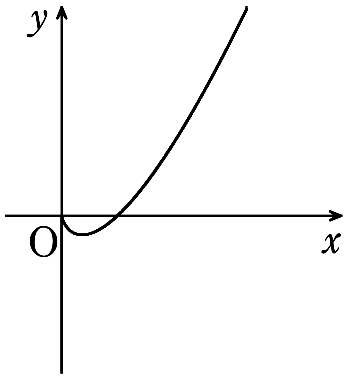
$$f'(x)=\log x+x\cdot\frac{1}{x}=\log x+1$$

$f'(x)=0$ とすると　$x=\dfrac{1}{e}$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	0	……	$\dfrac{1}{e}$	……
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	極小 $-\dfrac{1}{e}$	↗

参考



よって，$f(x)$ は $x=\dfrac{1}{e}$ で極小値 $-\dfrac{1}{e}$ をとる。極大値はない。

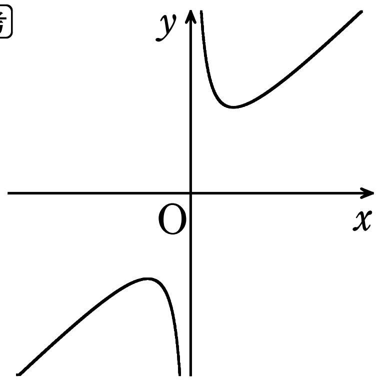
(3)　関数の定義域は $x\neq 0$ である。

$$f'(x)=1-\frac{2}{x^2}=\frac{x^2-2}{x^2}$$

$f'(x)=0$ とすると　$x=-\sqrt{2},\ \sqrt{2}$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

参考



x	……	$-\sqrt{2}$	……	0	……	$\sqrt{2}$	……
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大 $-2\sqrt{2}$	↘		↘	極小 $2\sqrt{2}$	↗

よって，$f(x)$ は $x=-\sqrt{2}$ で極大値 $-2\sqrt{2}$，$x=\sqrt{2}$ で極小値 $2\sqrt{2}$ をとる。

(1) $y'=-\sin x\cdot\sin x+(1+\cos x)\cos x$

$=\cos^2 x-1+\cos x+\cos^2 x$

$=2\cos^2 x+\cos x-1$

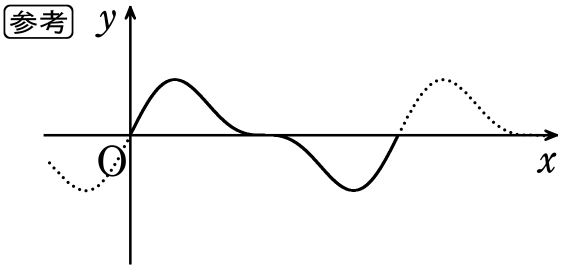
$=(2\cos x-1)(\cos x+1)$

$0<x<2\pi$ において，$y'=0$ となる x の値は

$2\cos x-1=0$ または $\cos x+1=0$

より $x=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{5}{3}\pi,\ \pi$

y の増減表は次のようになる。



x	0	$\cdots\cdots$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\cdots\cdots$	π	$\cdots\cdots$	$\dfrac{5}{3}\pi$	$\cdots\cdots$	2π
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	極大 $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$	↘	0	↘	極小 $-\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$	↗	0

よって，y は $x=\dfrac{\pi}{3}$ で最大値 $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，$x=\dfrac{5}{3}\pi$ で最小値 $-\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ をとる。

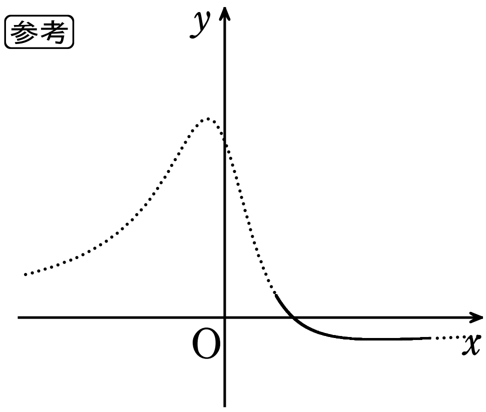
(2) $y'=\dfrac{-3(x^2+1)-(4-3x)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$=\dfrac{3x^2-8x-3}{(x^2+1)^2}=\dfrac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$

$1<x<4$ において，$y'=0$ となる x の値は $x=3$

y の増減表は次のようになる。

x	1	$\cdots\cdots$	3	$\cdots\cdots$	4
y'		$-$	0	$+$	
y	$\dfrac{1}{2}$	↘	極小 $-\dfrac{1}{2}$	↗	$-\dfrac{8}{17}$



よって，y は $x=1$ で最大値 $\dfrac{1}{2}$，$x=3$ で最小値 $-\dfrac{1}{2}$ をとる。