練習２２

一方の針金の長さを x cm とすると，他方の針金の長さは $(40-x)$ cm となる。

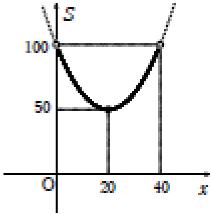
ここで，$x>0$ かつ $40-x>0$ より

$$0<x<40 \quad \cdots\cdots ①$$

正方形の面積の和を S とすると，正方形の 1 辺の長さがそれぞれ $\frac{x}{4}$，$\frac{40-x}{4}$ であるから

$$S=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{40-x}{4}\right)^2$$

$$=\frac{1}{8}(x-20)^2+50$$



よって，① の範囲の x について，S は $x=20$ で最小値 50 をとる。

このとき，他方の針金の長さも 20 cm になる。

したがって，針金を半分に切ればよい。

また，面積の和の最小値は 50 cm^2 である。

別解　2 つの正方形の 1 辺の長さを，それぞれ x cm，y cm とし，2 つの面積の和を S とすると

$$S=x^2+y^2 \cdots\cdots ①,\quad 4x+4y=40 \cdots\cdots ②$$

② より　$y=10-x$

① に代入して

$$S=x^2+(10-x)^2=2(x-5)^2+50$$

$x>0$ かつ $y>0$ より　$0<x<10$

この範囲の x について，

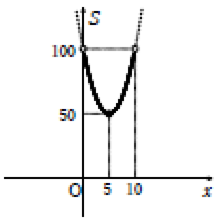
S は

$x=y=5$ で最小値 50

をとる。

したがって，針金を半分に切ればよい。

また，面積の和の最小値は 50 cm^2 である。



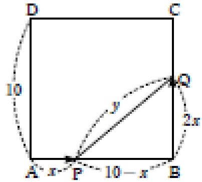
練習２３

出発してから x 秒後の P，Q 間の距離を y cm とする。

Q は 5 秒後に C に達するから

$$0 \leqq x \leqq 5 \quad \cdots\cdots ①$$

このとき，AP$=x$，BQ$=2x$ であるから



$$y^2=(10-x)^2+(2x)^2$$

$$=5x^2-20x+100$$

$$=5(x-2)^2+80$$

よって，① の範囲の x について，y^2 は $x=2$ で最小値 80 をとる。

$y>0$ であるから，y^2 が最小となるとき y も最小となる。

ゆえに，y は $x=2$ で最小値 $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ をとる。

したがって，2 秒後に P，Q 間の距離は最小になり，最小の距離は $4\sqrt{5}$ cm である。