

3年普通科 数学Ⅲ 教科書 解答

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習16]

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

において、 $\cos(x+h) - \cos x = \cos x \cos h - \sin x \sin h - \cos x$
 $= (\cos h - 1)\cos x - \sin x \sin h$

であるから

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\cos h - 1}{h} \cos x - \frac{\sin h}{h} \sin x \right)$$

ここで

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos^2 h - 1}{h(\cos h + 1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 h}{h(\cos h + 1)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(-\frac{\sin h}{h} \cdot \frac{\sin h}{\cos h + 1} \right) = -1 \cdot \frac{0}{1+1} = 0 \end{aligned}$$

よって

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = 0 \cdot \cos x - 1 \cdot \sin x = -\sin x$$

したがって $(\cos x)' = -\sin x$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習17]

(1) $y' = -\sin 2x \cdot (2x)' = -2\sin 2x$

(2) $y' = \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left(3x + \frac{\pi}{4}\right)' = 3\sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

(3) $y' = 2\sin x \cdot (\sin x)' = 2\sin x \cos x = \sin 2x$

(4) $y' = 2\tan x \cdot (\tan x)' = \frac{2\tan x}{\cos^2 x} \left(= \frac{2\sin x}{\cos^3 x} \right)$

(5) $y' = -\frac{(\sin x)'}{\sin^2 x} = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

(6) $y' = 2\cos 3x \cdot (\cos 3x)' = 2\cos 3x \cdot (-3\sin 3x)$
 $= -6\sin 3x \cos 3x = -3\sin 6x$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習18]

(1) $y' = (x)' \sin x + x(\sin x)' + (\cos x)'$
 $= 1 \cdot \sin x + x \cos x - \sin x = x \cos x$

(2) $y' = (x)' \cos x + x(\cos x)' - (\sin x)'$
 $= 1 \cdot \cos x - x \sin x - \cos x = -x \sin x$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習19]

$$(1) \quad y' = \frac{1}{3x} \cdot (3x)' = \frac{3}{3x} = \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad y' = \frac{1}{(4x-1)\log 2} \cdot (4x-1)' = \frac{4}{(4x-1)\log 2}$$

$$(3) \quad y' = \frac{1}{x^2+1} \cdot (x^2+1)' = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$(4) \quad y' = 1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 \\ = \log x + 1 - 1 \\ = \log x$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習20]

$x > 0$ のとき

$$(\log_a |x|)' = (\log_a x)' = \frac{1}{x \log a}$$

$x < 0$ のとき

$$(\log_a |x|)' = \{\log_a (-x)\}' = \frac{1}{-x \log a} \cdot (-x)' = \frac{1}{x \log a}$$

よって $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x \log a}$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習21]

$$(1) \quad y' = \frac{1}{3x+2} \cdot (3x+2)' = \frac{3}{3x+2}$$

$$(2) \quad y' = \frac{1}{\sin x} \cdot (\sin x)' = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$(3) \quad y' = \frac{1}{(x^2-4)\log 2} \cdot (x^2-4)' = \frac{2x}{(x^2-4)\log 2}$$