

# 3年普通科 数学Ⅲ 教科書 解答

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習10]

$$(1) \quad u=3x+1 \text{ とすると } y=u^4 \text{ であり } \quad \frac{dy}{du}=4u^3, \quad \frac{du}{dx}=3$$

$$\text{よって } \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = 4u^3 \cdot 3 = 12(3x+1)^3$$

$$(2) \quad u=4x+3 \text{ とすると } y=u^{-2} \text{ であり } \quad \frac{dy}{du} = -2u^{-3}, \quad \frac{du}{dx} = 4$$

$$\text{よって } \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = -2u^{-3} \cdot 4 = -8u^{-3} = -\frac{8}{(4x+3)^3}$$

**別解** (1)  $y' = 4(3x+1)^3 \cdot (3x+1)'$   
 $= 4(3x+1)^3 \cdot 3$   
 $= 12(3x+1)^3$

(2)  $y=(4x+3)^{-2}$  であるから  
 $y' = -2(4x+3)^{-3} \cdot (4x+3)'$   
 $= -2(4x+3)^{-3} \cdot 4$   
 $= -\frac{8}{(4x+3)^3}$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習11]

(1)  $y' = 4(2x^2+5)^3 \cdot (2x^2+5)'$   
 $= 4(2x^2+5)^3 \cdot 4x$   
 $= 16x(2x^2+5)^3$

(2)  $y' = 3(1-2x^2)^2 \cdot (1-2x^2)'$   
 $= 3(1-2x^2)^2 \cdot (-4x)$   
 $= -12x(1-2x^2)^2$

(3)  $y=(x^2+1)^{-3}$  であるから  
 $y' = -3(x^2+1)^{-4} \cdot (x^2+1)'$   
 $= -3(x^2+1)^{-4} \cdot 2x$   
 $= -\frac{6x}{(x^2+1)^4}$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習12]

(1)  $y = f(ax + b)$ ,  $u = ax + b$  とすると  $y = f(u)$  であるから

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}f(ax + b) &= \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= f'(u) \cdot a \\ &= af'(ax + b)\end{aligned}$$

(2)  $y = \{g(x)\}^n$ ,  $u = g(x)$  とすると  $y = u^n$  であるから

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\{g(x)\}^n &= \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= nu^{n-1}g'(x) \\ &= n\{g(x)\}^{n-1}g'(x)\end{aligned}$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習13]

$y = \sqrt[6]{x}$  を  $x$  について解くと,  $x = y^6$  であるから

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{6y^5} = \frac{1}{6(\sqrt[6]{x})^5} = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習14]

$$(1) \quad y' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(2) \quad y' = \left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$(3) \quad y' = \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習15]

$$\begin{aligned}(1) \quad y' &= \left\{(x+1)^{\frac{2}{3}}\right\}' = \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}-1} \cdot (x+1)' = \frac{2}{3}(x+1)^{-\frac{1}{3}} \cdot 1 \\ &= \frac{2}{3\sqrt[3]{x+1}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad y' &= \left\{(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\right\}' = \frac{1}{2}(4-x^2)^{\frac{1}{2}-1} \cdot (4-x^2)' = \frac{1}{2}(4-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x) \\ &= -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\end{aligned}$$