3年普通科　数学Ⅲ　教科書　**解答**

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習1］

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{2+h}-\sqrt{2})(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})}{h(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)-2}{h(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習2］

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3+h}-\sqrt{3}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{3+h}-\sqrt{3})(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}{h(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)-3}{h(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{3+h}+\sqrt{3}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

よって，求める接線の傾きは　$\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習3］

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{|h(h+2)|}{h}\quad\cdots\cdots ①$$

ここで　$\displaystyle\lim_{h\to +0}\frac{|h(h+2)|}{h}=\lim_{h\to +0}\frac{h(h+2)}{h}=\lim_{h\to +0}(h+2)=2$

$$\lim_{h\to -0}\frac{|h(h+2)|}{h}=\lim_{h\to -0}\frac{-h(h+2)}{h}=\lim_{h\to -0}(-h-2)=-2$$

であるから，$h\longrightarrow 0$ のときの ① の極限はない。

よって，関数 $f(x)=|x^2-1|$ は $x=1$ で微分可能でない。

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習4］

(1)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left\{\frac{1}{2(x+h)}-\frac{1}{2x}\right\}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left\{\frac{x-(x+h)}{2(x+h)x}\right\}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{2(x+h)x}=-\frac{1}{2x^2}$

(2)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習5］

$$\{f(x)+g(x)\}'=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(x+h)+g(x+h)\}-\{f(x)+g(x)\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(x+h)-f(x)\}+\{g(x+h)-g(x)\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right\}$$

ここで，$f(x)$，$g(x)$ はともに微分可能であるから

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x),\quad \lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=g'(x)$$

よって　　$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

［323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習6］

(1)　$y'=5x^4+2\cdot 4x^3=5x^4+8x^3$

(2)　$y'=3\cdot 6x^5-4\cdot 3x^2=18x^5-12x^2$

(3)　$y'=(x+1)'(x^3-4x)+(x+1)(x^3-4x)'$

$=1\cdot(x^3-4x)+(x+1)(3x^2-4)$

$=x^3-4x+3x^3-4x+3x^2-4$

$=4x^3+3x^2-8x-4$

(4)　$y'=(3x^2-2)'(x^2+x+1)+(3x^2-2)(x^2+x+1)'$

$=6x(x^2+x+1)+(3x^2-2)(2x+1)$

$=6x^3+6x^2+6x+6x^3+3x^2-4x-2$

$=12x^3+9x^2+2x-2$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習7]

$$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\left\{f(x)\cdot\frac{1}{g(x)}\right\}'=f'(x)\cdot\frac{1}{g(x)}+f(x)\left\{\frac{1}{g(x)}\right\}'$$

$$=\frac{f'(x)}{g(x)}+f(x)\cdot\left[-\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}\right]$$

$$=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習8]

(1) $y'=-\dfrac{(2x-3)'}{(2x-3)^2}=-\dfrac{2}{(2x-3)^2}$

(2) $y'=\dfrac{(x)'(x^2-2)-x(x^2-2)'}{(x^2-2)^2}$

$$=\frac{1\cdot(x^2-2)-x\cdot 2x}{(x^2-2)^2}$$

$$=-\frac{x^2+2}{(x^2-2)^2}$$

(3) $y'=\dfrac{(2x-1)'(x^2+1)-(2x-1)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$

$$=\frac{2(x^2+1)-(2x-1)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{-2x^2+2x+2}{(x^2+1)^2}$$

[323改訂版 高等学校 数学Ⅲ 練習9]

(1) $y'=(x^{-1})'=(-1)x^{-1-1}=-x^{-2}=-\dfrac{1}{x^2}$

(2) $y'=(-4x^{-2})'=-4\cdot(-2)x^{-2-1}=8x^{-3}=\dfrac{8}{x^3}$

(3) $y'=\dfrac{1}{3}(x^{-3})'=\dfrac{1}{3}\cdot(-3)x^{-3-1}=-x^{-4}=-\dfrac{1}{x^4}$