3年普通科　数学Ⅲ　**動画「微分法＃2」証明の解答**

導関数の性質 3. $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

証明　$\{f(x)-g(x)\}'=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{f(x+h)-g(x+h)\}-\{f(x)-g(x)\}}{h}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(x+h)-f(x)\}-\{g(x+h)-g(x)\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}-\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right\}$$

$$=f'(x)+g'(x)$$

導関数の性質 5. $\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

証明　$\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\lim_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{f(x+h)}{g(x+h)}-\dfrac{f(x)}{g(x)}}{h}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\cdot\frac{f(x+h)g(x)-f(x)g(x+h)}{g(x)g(x+h)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\cdot\frac{f(x+h)g(x)-f(x)g(x)-f(x)g(x+h)+f(x)g(x)}{g(x)g(x+h)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\cdot\frac{\{f(x+h)-f(x)\}\cdot g(x)-f(x)\cdot\{g(x+h)-g(x)\}}{g(x)g(x+h)}$$

分配法則

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{g(x)g(x+h)}\left\{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\cdot g(x)-f(x)\cdot\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right\}$$

$$=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$