

[練習 18]

対偶「 n が偶数ならば、 n^2 は偶数である」を証明する。
 n が偶数のとき、 n はある整数 k を用いて $n=2k$ と表される。このとき

$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

$2k^2$ は整数であるから、 n^2 は偶数である。

よって、対偶は真であり、もとの命題も真である。

[練習 19]

$1+3\sqrt{2}$ が無理数でないとは仮定すると、 $1+3\sqrt{2}$ は有理数である。

その有理数を r とすると、 $1+3\sqrt{2} = r$ より

$$\sqrt{2} = \frac{r-1}{3}$$

r が有理数ならば $\frac{r-1}{3}$ も有理数であるから、この

等式は $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。

したがって、 $1+3\sqrt{2}$ は無理数である。